



# Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

## Concursul Interjudețean de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XII-a, 26-28 mai 2011

### Proba pe echipe

Clasele X-XI-XII

#### Runda I (30 minute)

1. Determinați numărul funcțiilor injective  $f : \{1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 17\}$  cu proprietatea că  $\{16, 17\} \subset \text{Im } f$ .

*Nelu Chichirim, Constanța*

2. Fie  $M = \{z \in \mathbb{C} \mid |3z^2 + 2z + 1| = |2z + 1|\}$ . Determinați  $\max\{|z| \mid z \in M\}$ .

*Gheorghe Andrei, Constanța*

3. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$ . Calculați  $f^{(2010)}(0)$ .

*Nelu Chichirim, Constanța*

#### Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!

- Succes ! -



# Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

## Concursul Interjudețean de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XII-a, 26-28 mai 2011

### Proba pe echipe

Clasele X-XI-XII

#### Runda II (30 minute)

1. Fie  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{a \sin x + b \cos x}{2 + \cos x}$ . Determinați  $(a, b) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}$  astfel încât  $\text{Im } f = \left[ -\frac{5}{3}, 1 \right]$ .

*Nelu Chichirim, Constanța*

2. Fie  $E$  o mulțime cu 2011 elemente. Determinați numărul tripletelor  $(A, B, C)$  cu proprietățile:  
 $A, B, C \subset E$ ,  $A \cup B \cup C = E$ ,  $A \cap B = B \cap C = C \cap A = \Phi$ .

\*\*\*

3. Fie  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n \geq 3$ . definim funcția  $f : S_n \rightarrow \mathbf{N}$ ,  $f(\sigma) = \sum_{k=1}^n |\sigma(k) - k|$ . Calculați  $S = \sum_{\sigma \in S_n} f(\sigma)$

(unde  $S_n$  este mulțimea permutărilor de ordinul  $n$ ).

*Gheorghe Andrei, Constanța*

#### Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!



# Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

## Concursul Interjudețean de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XII-a, 26-28 mai 2010

### Proba pe echipe

Clasele X-XI-XII

#### Runda III (30 minute)

1. Fie  $x_1, x_2, \dots, x_{3n}$  rădăcinile ecuației  $x^{3n} - x + 1 = 0$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ . Calculați  $S = \sum_{k=1}^{3n} \left( \frac{1}{x_k^{6n}} - \frac{1}{x_k^{3n}} \right)$ .

*Gheorghe Andrei, Constanța*

2. Calculați  $S = \sum_{k=1}^n \frac{\ln(k + a^n)}{k + n \cdot b^n}$ , unde  $a > b > 1$  sunt date.

*Gheorghe Andrei, Constanța*

3. Determinați numărul soluțiilor  $(x_1, x_2, \dots, x_p) \in \mathbf{N}^p$  ale ecuației  $x_1 + x_2 + \dots + x_p = n$ , unde  $p \in \mathbf{N}^*$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$  date.

\* \* \*

#### Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!

- Succes ! -