CONCURSUL „GH. MIHOC", SLOBOZIA, 26. 03. 2011

Clasa a IX-a

1. Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_1 = 1$ şi

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{8a_n+1}\right), \quad n \geq 1.$$

Să se arate că termenii şirului sunt numere naturale.

Cătălin Cristea, G.M.

2. În triunghiul ascuţitunghic ABC fie H_A, M_A, I_A înălţimea, mediana, respectiv bisectoarea din A. Considerând şi analoagele, să se arate că dacă (H_A, M_B, I_C) şi (H_B, M_C, I_A) sunt triplete de drepte concurente, atunci triunghiul ABC este echilateral.

I. C. Drăghicescu

3. Fie ABC un triunghi oarecare şi $x, y, z \in \mathbb{R}$ cu $x+y+z \neq 0$. Considerăm pe laturile AB şi AC punctele variabile M, respectiv N astfel încât:

$$x \cdot \frac{MB}{MA} + y \cdot \frac{NC}{NA} = z.$$

Să se arate că dreapta MN trece printr-un punct fix.

Marcel Popescu