

Clasa a IX - a

1. Fie sirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = 1$ si

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2} (1 + \sqrt{8a_n + 1}), \quad n \geq 1.$$

Să se arate că termenii sirului sunt numere naturale.

Cătălin Cristea, G.M.

2. În triunghiul ascuțitunghic ABC fie H_A, M_A, I_A înălțimea, mediana, respectiv bisectoarea din A . Considerând și analogele, să se arate că dacă (H_A, M_B, I_C) și (H_B, M_C, I_A) sunt triplete de drepte concurente, atunci triunghiul ABC este echilateral.

I. C. Drăghicescu

3. Fie ABC un triunghi oarecare și $x, y, z \in \mathbb{R}$ cu $x + y + z \neq 0$. Considerăm pe laturile AB și AC punctele variabile M , respectiv N astfel încât:

$$x \cdot \frac{MB}{MA} + y \cdot \frac{NC}{NA} = z.$$

Să se arate că dreapta MN trece printr-un punct fix.

Marcel Popescu