

Clasa a XI-a

1. Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  un sir definit prin:

$$a_1 = 2 \text{ și } na_{n+1} = (2n+2)(a_n + n \cdot 2^n), \quad n \geq 1.$$

Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{a_1 a_2 \dots a_n}$ .

Traian Tămăian, G.M.

2. Fie funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x \sin x$ ,  $g(x) = e^x \cos x$ .  
Să se arate că pentru orice  $n \in \mathbb{N}$  și orice  $x \in \mathbb{R}$  avem:

$$\left(f^{(n)}(x)\right)^2 + \left(g^{(n)}(x)\right)^2 = 2^n e^{2x}.$$

Marcel Tena

3. Se consideră matricile  $A, B \in M_n(\mathbb{C})$  astfel încât  
 $(A+B)^2 = A^2 + B^2$  și  $(A+B)^4 = A^4 + B^4$ . Să se arate că:

$$(AB)^2 = O_n.$$

Liviu Smarandache, G.M.