

Clasa a XI-a

1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un sir definit prin:

$$a_1 = 2 \text{ și } na_{n+1} = (2n+2)(a_n + n \cdot 2^n), \quad n \geq 1.$$

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{a_1 a_2 \dots a_n}$.

Traian Tămăian, G.M.

2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = e^x \cos x$.
Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}$ și orice $x \in \mathbb{R}$ avem:

$$\left(f^{(n)}(x)\right)^2 + \left(g^{(n)}(x)\right)^2 = 2^n e^{2x}.$$

Marcel Tena

3. Se consideră matricile $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ astfel încât
 $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ și $(A+B)^4 = A^4 + B^4$. Să se arate că:

$$(AB)^2 = O_n.$$

Liviu Smarandache, G.M.