

Clasa a XII - a.

1. Fie  $0 < a < b$ . Să se arate că:

$$4(b^3 - a^3) \cdot \int_a^b \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx > 3 \left( \ln \frac{b^2 + 1}{a^2 + 1} \right)^2.$$

Constantin Ruru, G.M.

2. Fie  $K \subseteq \mathbb{R}$  un corp în care operațiile sunt cele induse din  $\mathbb{R}$  și astfel încât pentru orice  $a \in K \setminus \mathbb{Q}$ , există  $b \in K \setminus \mathbb{Q}$  pentru care  $a + b \in \mathbb{Q}$  și  $ab \in \mathbb{Q}$ . Să se demonstreze că există  $d \in \mathbb{N}$ , liber de pătrate, astfel încât:

$$K = \mathbb{Q}(\sqrt{d}) \stackrel{\text{def.}}{=} \{x + y\sqrt{d} \mid x, y \in \mathbb{Q}\}.$$

Marcel Tena

3. Să se arate că rădăcinile polinomului

$$f = X^5 - 4X^4 + aX^3 + bX^2 + 2X + c \in \mathbb{C}[X]$$

nu pot avea același modul.

I. C. Drăghicescu