

## CLASA a VII-a

"Două linii paralele se întâlnesc la infinit - cred și ele în aceasta." - Stanislaw Lec

1) Fie triunghiul  $ABC$  având laturile de lungimi  $a, b$  și  $c$ , iar  $D \in (BC)$ . Paralelele din  $D$  la  $AB$  și  $AC$  taie aceste laturi în  $E$  și  $F$  ( $E \in (AC), F \in (AB)$ ).

a) Să se afle lungimea segmentelor  $[BD]$  și  $[DC]$  în funcție de  $a, b$  și  $c$  astfel încât perimetrele triunghiurilor  $ABD$  și  $ADC$  să fie egale.

b) Să se arate că

$$\frac{S_{BFD}}{S_{AFD}} + \frac{S_{CDE}}{S_{ADE}} \geq 2.$$

"O problemă cu greutate!"

2) Se consideră un triunghi  $ABC$ . Fie  $A'$  simetricul lui  $A$  față de  $B$ ,  $B'$  simetricul lui  $B$  față de  $C$  și  $C'$  simetricul lui  $C$  față de  $A$ . Fie  $A'', D, E$  mijloacele laturilor  $B'C', BC$ , respectiv  $AC$ . Să se arate că:

a) Punctele  $A'', D$  și  $E$  sunt coliniare;

b) Triunghiurile  $ABC$  și  $A'B'C'$  au același centru de greutate.

"Nu te poți rupe în două ci numai în trei,  
nu ocolirea, ci ruptura închide.

Triunghiul, vă zic dragii mei,

e izbăvirea unei oglinde." - Nichita Stănescu

3) În triunghiul neisoscel  $ABC$  există punctele  $M, N \in (BC)$  astfel încât  $N \in (BM)$ ,  $M \in (NC)$  și  $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle ANB \equiv \sphericalangle AMC$ . Bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle ABC$  și  $\sphericalangle ACB$  intersectează  $[AM]$ , respectiv  $[AN]$ , în  $X$ , respectiv  $Y$ . Știind că  $XY \parallel BC$ , determinați  $m(\sphericalangle BAC)$ . (Eventual se poate utiliza și faptul că  $\cos 90^\circ = 0$  și  $\cos 120^\circ = -1/2$ ).