



Pompeiu

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
DIMITRIE POMPEIU

Ediția a XI-a, 13-15 mai 2011, Botoșani



CLASA A V-A

Problema 1. *Împărțiți la cât?*

a) Aflați numărul natural n știind că împărțind 9917 la $n^2 + n$ se obține câtul 28 și restul cel mai mare.

Gazeta Matematică

b) Fie numerele $n, n + 2, n + 6, n + 14, n + 18$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că există un singur număr n , astfel încât cele cinci numere date să fie prime.

Notă. Un număr natural este prim dacă are exact doi divizori.

Problema 2. *Descurcați-vă!*

a) Știind că $3^{6n+12} + 9^{3n+6} + 27^{2n+4} = 81^{n+2} \cdot 3^{259}$, determinați restul împărțirii numărului $a = 2^n + 3^n + 4^n + 7^n$ la 5.

b) Să se afle din câți elevi este formată o clasă, știind că: dacă ar pleca un băiat și ar veni două fete, atunci numărul băieților ar fi egal cu $\frac{2}{3}$ din numărul fetelor iar dacă ar pleca o fată și ar veni doi băieți, atunci numărul băieților ar fi egal cu numărul fetelor.

Problema 3. *Folosiți numărătoarea!*

Se consideră mulțimile $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots, 2009, 2011\}$, $C = \{1, 2, 5, 6, 9, 10, \dots, 2009, 2010\}$ și se notează cu A intersecția lor.

a) Determinați elementele mulțimii A .

b) Aflați cardinalul mulțimii A .

c) Arătați că orice submulțime M a mulțimii A , formată din 253 elemente, conține două elemente a căror sumă este 2014.

Problema suplimentară. *Așa-s tipografii!*

Darius a cumpărat o carte de matematică ale cărei pagini au fost numerotate de un tipograf zăpăcit într-un mod nemaîntâlnit: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, ..., 413, paginile fiind numerotate la rând, fără a fi omisă vreuna.

Întrebat de verișoara sa, Diana, câte file are cartea, Darius i-a răspuns că nu știe pentru că nu a avut timp să le numere.

a) Poți să îl ajuți pe Darius să afle câte file are cartea, fără a fi nevoit să le numere una câte una?

b) Diana deschide cartea la întâmplare. Este posibil ca suma numerelor înscrise pe cele două pagini alăturate să fie egală cu 406?

Timp de lucru: 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.