



Pompeiu

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ  
*DIMITRIE POMPEIU*

Ediția a XI-a, 13-15 mai 2011, Botoșani



**CLASA A V-A**

**Problema 1.** *Împărțiți la cât?*

a) Aflați numărul natural  $n$  știind că împărțind 9917 la  $n^2 + n$  se obține câtul 28 și restul cel mai mare.

*Gazeta Matematică*

b) Fie numerele  $n, n + 2, n + 6, n + 14, n + 18$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că există un singur număr  $n$ , astfel încât cele cinci numere date să fie prime.

Notă. Un număr natural este prim dacă are exact doi divizori.

**Problema 2.** *Descurcați-vă!*

a) Știind că  $3^{6n+12} + 9^{3n+6} + 27^{2n+4} = 81^{n+2} \cdot 3^{259}$ , determinați restul împărțirii numărului  $a = 2^n + 3^n + 4^n + 7^n$  la 5.

b) Să se afle din câți elevi este formată o clasă, știind că: dacă ar pleca un băiat și ar veni două fete, atunci numărul băieților ar fi egal cu  $\frac{2}{3}$  din numărul fetelor iar dacă ar pleca o fată și ar veni doi băieți, atunci numărul băieților ar fi egal cu numărul fetelor.

**Problema 3.** *Folosiți numărătoarea!*

Se consideră mulțimile  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots, 2009, 2011\}$ ,  $C = \{1, 2, 5, 6, 9, 10, \dots, 2009, 2010\}$  și se notează cu  $A$  intersecția lor.

a) Determinați elementele mulțimii  $A$ .

b) Aflați cardinalul mulțimii  $A$ .

c) Arătați că orice submulțime  $M$  a mulțimii  $A$ , formată din 253 elemente, conține două elemente a căror sumă este 2014.

**Problema suplimentară.** *Așa-s tipografii!*

Darius a cumpărat o carte de matematică ale cărei pagini au fost numerotate de un tipograf zăpăcit într-un mod nemaîntâlnit: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, ..., 413, paginile fiind numerotate la rând, fără a fi omisă vreuna.

Întrebat de verișoara sa, Diana, câte file are cartea, Darius i-a răspuns că nu știe pentru că nu a avut timp să le numere.

a) Poți să îl ajuți pe Darius să afle câte file are cartea, fără a fi nevoit să le numere una câte una?

b) Diana deschide cartea la întâmplare. Este posibil ca suma numerelor înscrise pe cele două pagini alăturate să fie egală cu 406?

*Timp de lucru: 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.*