CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
ETAPA INTERJUDEȚEANĂ, 26 MARTIE 2011
CLASA A V-A (CONSECVENȚI)
BAREM

SUBIECTUL I **CARTEA CU ȘEPTICI**

O carte *ciudată* are paginile numerotate astfel: 16, 23, 30, 37, 44, … , 2011.

a) Aflați câte foi are cartea *ciudată*.

b) Determinați câte cifre s-au folosit pentru numerotarea cărţii *ciudate*.

c) Calculați suma numerelor înscrise pe foaia din mijlocul cărţii.

Soluție. (oficiu **2p**) a) (2011 – 16) : 7 + 1 = 286 de pagini…………......………...……….**3p**

286 : 2 = 143 de foi………...……………………………………………………………...….**1p**

b) De la 16 la 93 sunt 24 de cifre……………………………………………………………..**2p**

De la 100 la 996 sunt 387 de cifre…….............................……………………………….**2p**

De la 1003 la 2011 sunt 580 de cifre………...................……………………………............**2p**

c) Fiind 143 de foi, foaia din mijloc este a 72-a……........................………………………..**1p**

$(14 \times 72 + 2) + (14 \times 72 + 2 + 7) = 2027$ ……………………….........................………**2p**

SUBIECTUL II **ALEGEREA ÎNVĂȚĂTOAREI**

Monica este o învățătoare foarte serioasă și iubită de copiii pe care îi învață. În clasa la care predă are 10 copii pregătiți pentru concursuri, dintre care 7 la matematică și 6 la limba română. La sfârșitul unei săptămâni au loc trei concursuri: sâmbătă unul de matematică și unul de limba română (la aceeași oră), iar duminică unul de matematică. La fiecare concurs ea trimite câte un singur copil. În câte moduri poate alege?

Soluție. (oficiu **2p**) Numărăm alegeri pentru sâmbătă. Alegeri de variante. **2p**

Varianta 1. La matematică alege unul bun și la română $3 \times 5 = 15$. **4p**

Varianta 2. La matematică alege unul necompetitiv la română $4 \times 6 = 24$. **3p**

Deci pentru sâmbătă alege în 39 de moduri. **1p**

Numărăm totalul de alegeri: pentru fiecare alegere precedentă apar câte 7 pentru duminică. Deci numărul total de alegeri este $39 \times 7 = 273$......**3p**

SUBIECTUL III **PĂTRATE MARI**

a) Să se arate că numărul 1006009 este pătrat perfect.

b) Să se demonstreze că există măcar 2011 pătrate perfecte care nu au ultima cifră egală cu 0 şi care conţin un număr impar de cifre de 0.

c) Să se demonstreze că, oricare ar fi cifra b nenulă, numărul $\overline{b\underbrace{000...00}_{2011 \text{ cifre de } 0}b}$ nu este pătrat perfect.

Soluție. (oficiu **2p**) a) 1006009 este pătratul lui 1003 ...…………………………….........**4p**

b) De exemplu pătratele numerelor de forma 100…004 ....………………........**5p**

c) Dacă b este 2, 3, 7 sau 8 atunci numărul nu este pătrat perfect ………..........................**2p**

Dacă b este 1, 4, 5, 6 sau 9 atunci avem următoarele posibile argumente

$\overline{b\underbrace{000...00}_{2011 \text{ cifre de } 0}b} = \overline{b\underbrace{000...000}_{2012 \text{ cifre de } 0}} + b$ şi primul număr este pătrat perfect iar următorul pătrat perfect este mai mare decât numărul dat sau $\overline{b\underbrace{000...00}_{2011 \text{ cifre de } 0}b} = b \cdot \overline{1\underbrace{000...00}_{2011 \text{ cifre de } 0}1}$ şi avem un produs între un pătrat perfect şi un nepătrat perfect (are forma $3k + 2$) , deci numarul dat nu este pătrat perfect ……..**2p**