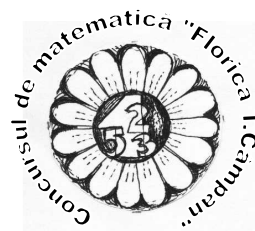




CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
 ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2011



CLASA A VII-A (SEMI-VETERANI)
BAREM

SUBIECTUL I COMPETITI

La un club sportiv sunt înscriși mai puțin de 70 de elevi. O treime din numărul fetelor reprezintă un sfert din numărul băieților. Unii copii joacă volei, ceilalți joacă handbal. Un sfert din numărul celor care joacă volei reprezintă o cincime din numărul celor care joacă handbal. Știind că 17 fete joacă handbal, aflați câți băieți joacă volei.

Gazeta Matematică 11/2010

Soluție. (2p oficiu) Notăm cu a, b, c, d numărul fetelor voleibaliste, fetelor handbaliste, băieților voleibaliști, respectiv pe cel al băieților handbaliști. Din datele problemei avem că $\frac{a+b}{3} = \frac{c+d}{4}$, $\frac{a+c}{4} = \frac{b+d}{5}$, $a+b+c+d \leq 70$ și $b=17$3p

Din $4(a+b) = 3(c+d)$, cum numerele 3 și 4 sunt prime între ele, rezultă că 3 divide $a+b$, deci $\frac{a+b}{3} = \frac{c+d}{4} = k \in \mathbb{N}$3p

Deducem că $a+b+c+d = 7k, k \in \mathbb{N}$, prin urmare numărul total al copiilor este multiplu de 7.2p

Analog obținem că $a+b+c+d = 9l, l \in \mathbb{N}$, adică numărul total al copiilor este multiplu de 9. Rezultă că numărul total al copiilor este multiplu de $[7,9] = 63$ și, cum este cel mult egal cu 70, înseamnă că este 63.2p

Atunci $k=9, l=7$, apoi $a+b=27, c+d=36, a+c=28, b+d=35$. Întrucât $b=17$, deducem că $a=10$, iar $c=d=18$. În concluzie, joacă volei 18 băieți.3p

SUBIECTUL II VALENTE

Despre un număr întreg a vom spune că *are valența n dacă există exact n triplete de numere întregi (x, y, z) astfel încât $-5 \leq x \leq 10, -5 \leq y \leq 10, -5 \leq z \leq 10$ și $x-2y+3z = a$. Determinați valențele numerelor 50, -50 și 0.*

Claudiu-Ștefan Popa și Gabriel Popa

Soluție. (2p oficiu) Valoarea maximă a expresiei $x-2y+3z$ se atinge când x și z sunt maxime și y este minim și este $10-2 \cdot (-5)+3 \cdot 10 = 50$. Rezultă că $(10, -5, 10)$ este singurul triplet admisibil (x, y, z) cu proprietatea că $x-2y+3z = 50$, așadar valența numărului 50 este 1.4p

Valoarea minimă a expresiei $x-2y+3z$ se atinge când x și z sunt minime și y este maxim, deci este $-5-2 \cdot 10+3 \cdot (-5) = -40$. Deducem că nu există triplete admisibile (x, y, z) cu proprietatea că $x-2y+3z = -50$, așadar valența numărului -50 este 0.4p

