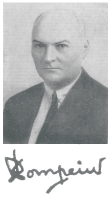

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

DIMITRIE POMPEIU

Ediția a XI-a, 13-15 mai 2011, Botoșani

CLASA A VIII-A

Problema 1. *Numere pătrate.*

a) Să se arate că numărul $(3n^2+2)^2$ se poate scrie ca sumă de trei pătrate perfecte, distincte şi nenule, oricare ar fi numărul natural $n \geq 2$.

Gazeta Matematică, enunţ modificat

b) Arătaţi că ecuaţia $x^2+y^2+z^2=196^{2n+1}$ are soluţii în mulţimea numerelor naturale, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Problema 2. *Număraţi atent.*

Să se afle numerele naturale $\overline{abc}$, în baza zece, ştiind că

$$\frac{\overline{ab}}{c}+\frac{\overline{cb}}{a}=25.$$

Problema 3. *Treceţi de altă parte.*

Se dă patrulaterul convex $ABCD$ în care $AD+BC=AB+CD$ şi $AC \cap BD=\{O\}$, iar semidreptele $(AC$ şi $(BD$ sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BAD$ şi, respectiv, $\sphericalangle ABC$.

De o parte şi de alta a planului (ABC) se consideră punctele M şi N astfel încât: $AM \perp (ABC), CN \perp (ABC)$ şi $AM=CN=\dfrac{AC\sqrt{3}}{2}$.

a) Arătaţi că $\dfrac{\mathcal{A}_{\triangle MBD}}{\mathcal{A}_{\triangle MOB}}=1+\dfrac{AD}{AB}$.

b) Arătaţi că punctele M, O şi N sunt coliniare.

c) Aflaţi măsura unghiului diedru format de planele (MBD) şi (ABC).

Problema suplimentară. *Înveliţi-l!*

Se poate înveli un cub cu muchia de 1, cu o bucată de hârtie de forma unui pătrat cu latura de 3? Justificaţi răspunsul.

Timp de lucru: 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.