



Pompeiu

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
DIMITRIE POMPEIU

Ediția a XI-a, 13-15 mai 2011, Botoșani



CLASA A VIII-A

Problema 1. *Numere pătrate.*

a) Să se arate că numărul $(3n^2 + 2)^2$ se poate scrie ca sumă de trei pătrate perfecte, distincte și nenule, oricare ar fi numărul natural $n \geq 2$.

Gazeta Matematică, enunț modificat

b) Arătați că ecuația $x^2 + y^2 + z^2 = 196^{2n+1}$ are soluții în mulțimea numerelor naturale, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Problema 2. *Numărați atent.*

Să se afle numerele naturale \overline{abc} , în baza zece, știind că

$$\frac{\overline{ab}}{c} + \frac{\overline{cb}}{a} = 25.$$

Problema 3. *Treceți de altă parte.*

Se dă patrulaterul convex $ABCD$ în care $AD + BC = AB + CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$, iar semidreptele (AC) și (BD) sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BAD$ și, respectiv, $\sphericalangle ABC$.

De o parte și de alta a planului (ABC) se consideră punctele M și N astfel încât: $AM \perp (ABC)$, $CN \perp (ABC)$ și $AM = CN = \frac{AC\sqrt{3}}{2}$.

a) Arătați că $\frac{\mathcal{A}_{\triangle MBD}}{\mathcal{A}_{\triangle MOB}} = 1 + \frac{AD}{AB}$.

b) Arătați că punctele M , O și N sunt coliniare.

c) Aflați măsura unghiului diedru format de planele (MBD) și (ABC) .

Problema suplimentară. *Înveliți-l!*

Se poate înveli un cub cu muchia de 1, cu o bucată de hârtie de forma unui pătrat cu latura de 3? Justificați răspunsul.

Timp de lucru: 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.