



Pompeiu

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ DIMITRIE POMPEIU

Ediția a XI-a, 13-15 mai 2011, Botoșani



CLASA A IX-A

Problema 1. *Căutați pătrate!*

Fie $A = \left\{ \overbrace{700\dots00}^{2011} x \mid x = \overline{0,9} \right\}$ și $B = \left\{ \overbrace{900\dots00}^{2011} y \mid y = \overline{0,9} \right\}$.

- a) Arătați că în mulțimea B există exact un pătrat perfect.
- b) Demonstrați că în mulțimea A nu există vreun pătrat perfect.

Gazeta Matematică

Problema 2. *Se contrazic inegalitățile?*

Fie numerele $a_1, a_2, \dots, a_{2011} \in [0; +\infty)$, ce satisfac simultan relațiile:

$$\sum_{k=1}^{2011} a_k \leq 2011, \sum_{k=1}^{2011} a_k^2 \geq 2011, \sum_{k=1}^{2011} a_k^3 \leq 2011.$$

Să se demonstreze că numerele care verifică toate relațiile de mai sus sunt naturale.

Problema 3. *Pentafrumos.*

Se dă pentagonul convex $ABCDE$ cu $AB = BC = CD = DE$ și $m(\sphericalangle ABC) = m(\sphericalangle BCD) = m(\sphericalangle CDE) = 140^\circ$.

- a) Să se demonstreze că punctele A, B, C, D și E sunt conciclice.
- b) Să se arate că $AE = AB + AC$.

Problema suplimentară. *Întrebare geometrică.*

Să se determine numărul de triunghiuri obtuzunghice care au lungimile celor trei laturi, numere naturale în progresie aritmetică de rație 2.

Timp de lucru: 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.