



Concursul Național de Matematică "Arhimede"

Ediția a VIII-a, Etapa finală 9 aprilie 2011

Clasa a V-a

I. (9p) Determinați numerele de forma $\overline{2xy7}$ care împărțite la 18 dau restul 11.

Prof. Vasile Tarciniu, Odobești

II. (4p)a) Aflați pe x din egalitatea:

$$1 \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot 3 \cdot x + 3 \cdot 4 \cdot x + \dots + 2010 \cdot 2011 \cdot x = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2010^2) \cdot x + 4020 \cdot 2011$$

Prof. Vasile Tarciniu, Odobești

(5p) b) Determinați cel mai mic număr natural n astfel ca suma cifrelor lui n și suma cifrelor lui $n + 1$ să se dividă la 4.

Prof. Dan Nedeianu, Dr.Tr. Severin

III. (9p) Fie $a_1, a_2, \dots, a_{2011}$ numere naturale. Să se arate că numărul $5^{a_1} + 5^{a_2} + \dots + 5^{a_{2011}}$ nu este pătrat perfect.

prof. Gheorghe Stoica, Petroșani

IV. (9p) Un pătrat cu latura egală cu n , $n \geq 4$ este împărțit în n^2 pătrate cu latura 1. Un greiere poate trece din orice pătrățică a pătratului într-o pătrățică vecină și aflată pe aceeași linie sau coloană iar o furnică poate trece într-o pătrățică vecină aflată pe diagonală cu ea.

Știind că în timp ce furnica face o mișcare, greierele face trei mișcări, să se afle valorile lui n pentru care există câte un traseu pentru greiere și furnică astfel încât plecând în același timp din pătrățica unui colț al pătratului să ajungă în același timp în pătrățica din colțul opus.

Prof. Traian Preda

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 p din oficiu la 10p.

Timp de lucru 2 ore și 30 minute.



Concursul Național de Matematică "Arhimede"

Ediția a VIII-a, Etapa finală 9 aprilie 2011

Clasa a VI-a

- I. (4p)a) Dacă $4a - 9b - 20c = 0$ atunci $\frac{b(a+c)}{12}$ este număr întreg.
Prof. Vasile Tarciniu, Odobești
- (5p)b) Dacă fracția $\frac{10a}{3a-b}$; $a, b \in \mathbb{N}$ este ireductibilă atunci și fracția $\frac{3a-b}{a+3b}$ este ireductibilă.
Prof. Vasile Tarciniu, Odobești
- II. (9p) Dacă $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{a^2+b^2}{c} = \frac{b^2+c^2}{a} = \frac{c^2+a^2}{b}$ să se arate că $\frac{a^2+5b^2}{b+2c} = \frac{2(a+b+c)^2}{3(a+b+c)}$
Prof. Ion Neață, Slatina
- III. (9p) Se consideră triunghiul ABC și punctele $M \in (AC)$, $N \in (AB)$ astfel încât $[BN] \equiv [CM]$.
Să se demonstreze că dacă $(AO$ este bisectoarea unghiului BAC , unde $MB \cap CN = \{O\}$, atunci ΔABC este isoscel.
Prof. Traian Preda
- IV. (9p) Un lăncșor este format din 2010 zale din aur și 2010 zale din argint. Să se arate că pentru orice ordine a zalelor în lăncșor, există o porțiune a sa cu 2010 zale, jumătate din aur și jumătate din argint.
Prof. Gheorghe Stoica

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 p din oficiu la 10p.
Timp de lucru 2 ore și 30 minute.

