

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa finală pentru clasele V-VI
Slatina – 30 mai 2009

CLASA a V-a

Problema 1. O mulțime A este alcătuită din 5 numere raționale pozitive. Se știe că mulțimea produselor obținute prin înmulțirea a câte două elemente distincte din A este $\{0,1; 0,15; 0,375; 1; 1,6; 2,5; 3,75; 4; 6; 40\}$. Determinați mulțimea A .

Problema 2. Între clasele a V-a ale unei școli se desfășoară un turneu de fotbal după regulile obișnuite:

- fiecare echipă dispută câte un meci cu fiecare dintre celelalte echipe;
- în cazul unei victorii, echipa învingătoare primește 3 puncte și echipa învinsă nu primește niciun punct, iar în cazul unui meci egal, ambele echipe primesc câte un punct.

La sfârșitul turneului se constată că numărul total de puncte din clasament este 21. Aflați câte echipe au participat la turneu și câte puncte a luat fiecare echipă. Justificați răspunsul.

Problema 3. Determinați toate perechile de numere naturale impare \overline{ab} , \overline{cd} care au proprietatea că prin împărțirea lui \overline{cd} la \overline{ab} se obține restul 2, iar prin împărțirea lui \overline{abcd} la \overline{cd} se obține restul \overline{ab} .

Problema 4. Dacă în construcția din figura 1, alcătuită din 9 bețe de chibrituri, eliminăm trei bețe (de exemplu, cele desenate cu linie subțire), atunci în figura rămasă nu mai apare reprezentat complet niciun triunghi mic.



Figura 1



Figura 2

În construcția din figura 2 sunt 108 bețe și 64 de triunghiuri mici. Determinați numărul minim de bețe care trebuie eliminate, astfel încât în figura rămasă să nu mai existe niciun triunghi mic complet reprezentat.

*Timp de lucru 2 1/2 ore, la care se adaugă 1/2 oră pentru întrebări.
Fiecare problemă este punctată de la 0 la 7 puncte*