

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa finală pentru clasele V-VI
Slatina – 30 mai 2009

CLASA a VI-a

Problema 1. Pe o tablă sunt desenate punctele coliniare A , O și C , în această ordine. Anghel și Costel trasează, pe rând, semidreptele $[OA_1]$ și $[OC_1]$, în sensul deplasării acelor de ceasornic, astfel încât $m(\angle AOA_1) = 3^\circ$ și $m(\angle COC_1) = 7^\circ$. La pasul următor, păstrând sensul, Anghel trasează semidreapta $[OA_2]$ astfel încât $m(\angle A_1OA_2) = 3^\circ$ și Costel trasează semidreapta $[OC_2]$ astfel încât $m(\angle C_1OC_2) = 7^\circ$. Construcția continuă după aceeași regulă (unghi de 3° , urmat de unghi de 7°) până la pasul final, fie acesta n , când semidreapta $[OC_n]$ coincide cu semidreapta $[OA_n]$.

a) Determinați n .

b) De câte ori, pe parcursul construcției, o semidreaptă trasată de Costel s-a suprapus peste o semidreaptă trasată anterior de Anghel?

Problema 2. Vom numi *superprim* un număr natural prim, mai mare decât 10, care îndeplinește simultan următoarele condiții:

i) este format din cifre distincte;

ii) oricum am schimba ordinea cifrelor sale, obținem tot un număr prim.
Determinați toate numerele superprime.

Problema 3. Fie ABC un triunghi echilateral. În semiplanul determinat de BC care nu-l conține pe A considerăm un punct D astfel încât $m(\angle BDC) = 90^\circ$. Dacă M este mijlocul segmentului $[AB]$, determinați $m(\angle BDM)$.

Problema 4. Vom numi un număr natural n *interesant* dacă $n \geq 2$ și orice număr $k \in \mathbb{N}^*$, $k < n$, se scrie ca o sumă de divizori distincți ai lui n .

Arătați că produsul a două numere interesante este un număr interesant.
(Se acceptă că o sumă poate avea un singur termen.)

Timp de lucru 2 1/2 ore, la care se adaugă 1/2 oră pentru întrebări
Fiecare problemă este punctată de la 0 la 7 puncte