Clasa a VI - a

Subiectul I (20 puncte) :

1.

a) Arătaţi că are loc egalitatea $(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2$ pentru orice $a,b\in\square$.

b) Folosind a), calculaţi $2011^2-2010^2+2009^2-2008^2+...+3^2-2^2+1^2$.

2. Arătaţi că numărul N$=1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2010}+3^{2011}$ nu este pătrat perfect, dar este divizibil cu un pătrat perfect.

Subiectul II (20 puncte) :

Perechile de unghiuri $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$, respectiv $\sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ sunt adiacente și $m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)+m(\sphericalangle COD)=140°$. Se mai știe că măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$ sunt direct proporționale cu numerele m și n, iar măsurile unghiurilor $\sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ sunt invers proporționale cu numerele p și n, unde m, n și p sunt numere naturale prime care verifică egalitatea $m+10n+2p=82$.

a) Să se determine numerele m, n și p.

b) Să se calculeze măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle COD$.

c) Dacă, în plus, unghiurile $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle COD$ sunt adiacente, iar punctul M se găsește în semiplanul determinat de dreapta OD și punctul C, astfel încât $m(\sphericalangle DOM)=90°$ și N astfel încât $(ON$ este bisectoarea $\sphericalangle COM$, să se demonstreze că $(ON$ este și bisectoarea $\sphericalangle AOD$.

Subiectul III (20 puncte) :

a	b	c
d	x	e
m	n	p

Un pătrat magic este un tabel având suma pe fiecare linie, pe fiecare coloană şi pe fiecare diagonală de aceeaşi valoare.

Tabelul alăturat este un pătrat magic completat cu cifre nenule şi distincte.

a) Arătaţi că $x=5$.

b) Demonstraţi că în colţurile pătratului sunt numai cifre pare.

c) Găsiţi toate pătratele magice ce se pot forma.

BAREM - Clasa a VI - a

Subiectul I (20 puncte) :

1. a) Efectuarea produsului ……………………………………..**3p**

Finalizare……………………………………………………..**2p**

b) $2011^2 - 2010^2 = (2011 - 2010)(2011 + 2010) = 2011 + 2010$

$2009^2 - 2008^2 = (2009 - 2008)(2009 + 2008) = 2009 + 2008$

………………………………………………………………………………..

$3^2 - 2^2 = (3 - 2)(3 + 2) = 3 + 2$…………………..**3p**

$2011 + 2010 + 2009 + 2008 + \cdots + 3 + 2 + 1 = 1006 \cdot 2011 =$

2023066……………**3p**

2.

$N = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + \cdots + (3^{2008} + 3^{2009} + 3^{2010} +$

$3^{2011}) = 40 \cdot (1 + 3^4 + \cdots + 3^{2008})$……………………**2p**

Ultima cifra a numarului 3^{4k} este 1, ultima cifra a numarului

$1 + 3^4 + \ldots + 3^{2008} este\ 3$………………………………………..**2p**

Ultimele cifre ale lui N sunt $\overline{\ldots 20}$, deci N nu este patrat perfect pentru ca patratul unui numar cu ultima cifra 0 este de forma $\overline{\ldots 00}$………….**1p**

$N = (1 + 3) + 3^2(1 + 3) + \cdots + 3^{2010}(1 + 3) = 4\,(1 + 3^2 + \cdots 3^{2010})$

Deci N divizibil cu 4, care este patratul lui 2…………………………**4p**

Subiectul II (20 puncte) :

a)

$m + 10n + 2p = 82,\ m = 2(41 - 5n - p),\ m\,prim\ \Rightarrow m = 2$………**3p**

$5n + p = 40, p = 5\,(8 - n), p\ prim\ \Longrightarrow p = 5, n = 7$..................**3p**

b) $\frac{m(\measuredangle AOB)}{2} = \frac{m(\measuredangle BOC)}{7} = \frac{m(\measuredangle COD)}{5} = \frac{140°}{14} = 10°$ **4p**

$m(\measuredangle AOB) = 20°, m(\measuredangle BOC) = 70°, m(\measuredangle COD) = 50°$.................**2p**

c)

$m(\measuredangle DOM) = 90°, m(\measuredangle COM) = 40°$................................**2p**
(ON bisectoare $\measuredangle COM, m(\measuredangle CON) = m(\measuredangle MON) = 20°$...........**3p**
$m(\measuredangle NOD) = 70°, m(\measuredangle AOD) = 140° \Rightarrow$
$(ON\ bisectoarea\ \measuredangle AOD$...**3p**

Subiectul III (20 puncte) :

a) suma cifrelor este : $1 + 2 + \cdots + 9 = 45$..........................**1p**
suma pe linie sau coloana sau diagonala este $45 : 3 = 15$........**1p**
adunand elementele pe linia, coloana si cele 2 diagonale ce contin x avem :$3x + 45 = 15 \cdot 4 \Rightarrow x = 5$.................................**4p**

b) 9 nu poate fi scris intr-un colt al patratului **2p**
7 nu poate fi scris intr-un colt al patratului **2p**

c) Scrierea celor 8 patrate magice **8p**
Observarea faptului ca 8nu poate fi pe linie cu 9 sau 7.........**2p**