



26 martie 2011

# " Micii matematicieni "

ediția a VI a

concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a

## Clasa a VII - a

### Subiectul I (20 puncte) :

1. Să se determine numărul prim  $\overline{ab}$  știind că partea întreagă a numărului  $\sqrt{\overline{ab}}$  este 6
2. Arătați că nu există un număr întreg  $x \neq 0$  astfel încât  $x^{2011} - 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x = 0$ .
- 3.a) Descompuneți în factori expresia:  $x \cdot (x+3) + 2$ .
- b) Folosind descompunerea de la a) calculați:

$$\frac{(4 \cdot 7 + 2)(6 \cdot 9 + 2)(8 \cdot 11 + 2) \dots (2010 \cdot 2013 + 2)}{(5 \cdot 8 + 2)(7 \cdot 10 + 2)(9 \cdot 12 + 2) \dots (2009 \cdot 2010 + 2)}$$

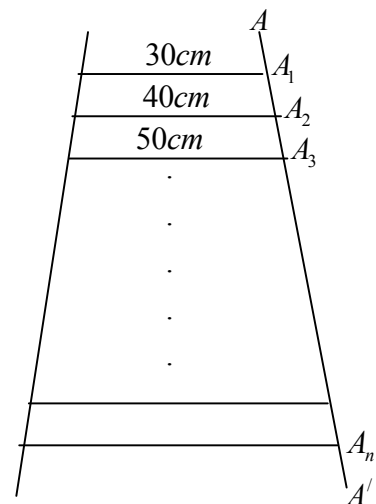
### Subiectul II (20 puncte) :

Tâmplarul școlii vrea să construiască o scară având forma trapezoidală cu dimensiunile treptelor din figura alăturată.

Se știe că  $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n = 20 \text{ cm}$ ,

$AA_1 = A_nA' = 10 \text{ cm}$  și  $AA' = 3,4 \text{ m}$ .

- a) Stabiliți câte trepte are scara.
- b) Calculați câte scânduri de lungime 3,5 m trebuie să cumpere tâmplarul pentru a putea confecționa scara cu cât mai puțin material ca reziduu.
- c) Care este lungimea totală a materialului pierdut?



### Subiectul III (20 puncte) :

Se consideră  $\triangle ABC$  cu  $AB = AC$  și  $\sphericalangle BAC = 40^\circ$ . Punctele  $S$  și  $T$  se află pe laturile  $AB$ , respectiv  $BC$ , astfel încât  $\sphericalangle BAT = \sphericalangle BCS = 10^\circ$ . Dreptele  $AT$  și  $CS$  se intersectează în  $P$ . Demonstrați că  $BT = 2PT$ .

# Succes !



26 martie 2011

# "Micii matematicieni" ediția a VI a

concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a

## BAREM - Clasa a VII - a

Subiectul I (20 puncte) :

1.  $\lfloor \sqrt{ab} \rfloor = 6 \Rightarrow 6 \leq \sqrt{ab} < 7$  .....2p

Prin ridicare la pătrat  $\Rightarrow 36 \leq ab < 49$  .....2p

Cum  $\overline{ab}$  este prim găsim  $\overline{ab} = 41$  și mai mult are suma cifrelor 5

*Observație* : orice altă soluție este valabilă.

2.

$x^{2011} - 5x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^{2010} - 5x - 2 = 0$  .....1p

$(x^{1005})^2 = 5x + 2$   $((x^{1005})^2)$  pătrat perfect.....1p

Ultima cifră a lui  $(x^{1005})^2 \in \{0,1,4,5,6,9\}$  .....1p

Ultima cifră a lui  $5x + 2 \in \{2,7\}$  .....1p

$\{2,7\} \not\subset \{0,1,4,5,6,9\} \Rightarrow$  nu există  $x$  număr întreg.....1p

3.

a)  $x(x + 3) + 2 = x^2 + 3x + 2 = x^2 + x + 2x + 2 =$   
 $= x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2)$ .....5p

b)

$4 \cdot 7 + 2 = 5 \cdot 6$

$6 \cdot 9 + 2 = 7 \cdot 8$

$8 \cdot 11 + 2 = 9 \cdot 10$

.....

$2010 \cdot 2013 + 2 = 2011 \cdot 2012$

# Succes !





26 martie 2011

# "Micii matematicieni" ediția a VI a

concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a

2p

și

$$5 \cdot 8 + 2 = 6 \cdot 7$$

$$7 \cdot 10 + 2 = 8 \cdot 9$$

$$9 \cdot 12 + 2 = 10 \cdot 11$$

.....

$$2009 \cdot 2012 = 2010 \cdot 2011$$

2p

Deci

$$E = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 2011 \cdot 2012}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 2010 \cdot 2011} = 5 \cdot 2012 = 10.060$$

2p

**Subiectul II (20 puncte) :**

a)

$$A_1 A_n = 320 \text{ cm}$$

$$\text{Nr. trepte} = 320 : 20 + 1 = 17 \dots\dots\dots 3\text{p}$$

b) Lungimea ultimei trepte = 190 cm .....3p

Material necesar :

$$30 + 40 + 50 + \dots + 190 + 340 + 340 = 2550 \text{ cm} \dots\dots\dots 3\text{p}$$

$$\text{Nr. scânduri necesare: } 8 \dots\dots\dots 1\text{p}$$

c)

I.  $190 + 160$

II.  $170 + 180$

III.  $150 + 100 + 60 + 40$

IV.  $140 + 110 + 70 + 30$

# Succes !





26 martie 2011

# " Micii matematicieni "

ediția a VI a

concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a

- V.  $130 + 80 + 90 + 50$   
 VI.  $120 \rightarrow$  rămân  $350 - 120 = 130$  cm  
 VII.  $340 \rightarrow$  rămân 10 cm  
 VIII.  $340 \rightarrow$  rămân 10 cm  
 Material pierdut =  $130 + 10 + 10 = 150$  cm.

10p

*Observație:* Orice altă variantă corectă este valabilă.

### Subiectul III (20 puncte) :

Triunghiul  $ABC$  este isoscel deci  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = 70^\circ$ .....2p

Avem  $\sphericalangle TAC = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$  și  $\sphericalangle ACS = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$  deci  $\sphericalangle APC = 90^\circ$ .  
.....2p

Triunghiul  $ABT$  și  $BSC$  sunt asemenea (U.U.) de unde  $\frac{BS}{BC} = \frac{BT}{AB}$  ..... 3p

Având unghiul B comun  $\triangle BST$  și  $\triangle BCA$  sunt asemenea (L.U.L) deci  $TB = TS$  și  $\sphericalangle TSB = 70^\circ$  .....3p

Deoarece

$$\sphericalangle CSA = \sphericalangle SBC + \sphericalangle SCB = 70^\circ + 10^\circ = 80^\circ \Rightarrow \sphericalangle BST = 180^\circ - 80^\circ - 70^\circ = 30^\circ.$$

.....3p

$\triangle STP$  este dreptunghic în P și  $\sphericalangle PST = 30^\circ \Rightarrow TS = 2PT$ .....3p

## Succes !





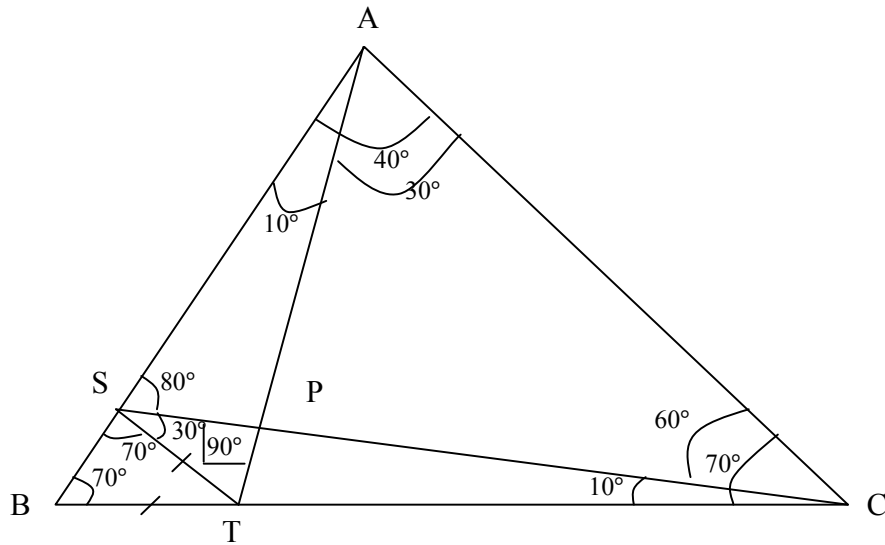
26 martie 2011

# "Micii matematicieni" ediția a VI a

concurs pentru elevii claselor a III a – a VIII a

Din  $TS = TB \Rightarrow BT = 2PT$  .....2p

Figura .....2p



## Succes !