SUBIECTE CLASA A IX – A

Subiectul I (30p)

a)Aflați numerele întregi x şi y ştiind că x(y-2) = 7.

b)O persoană depune la bancă suma de 10.000 lei cu o dobândă anuală de 25%. Dacă persoana nu îşi ridică dobânda, aceasta se adaugă sumei inițiale şi dobânda pe anul următor se aplică sumei totale. Aflați ce dobândă va avea persoana după 5 ani, dacă până atunci nu efectuează nici o retragere de bani.

c)Reprezentați grafic funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x^2+2x+1}+x$.

Subiectul II (30p)

Dacă $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ sunt doi vectori necoliniari, iar $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ se exprimă ca: $\vec{u}=3\vec{a}+5\vec{b}$, $\vec{v}=2\vec{a}-3\vec{b}$, $\vec{w}=\vec{a}+3\vec{b}$, atunci:

a)arătați că dacă numerele x şi y îndeplinesc condiția $x\vec{a}=y\vec{b}$, avem x = y = 0 .

b)arătați că $\vec{w}$ se poate scrie în funcție de $\vec{u}$ şi $\vec{v}$.

c)arătați că $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ se pot scrie în funcție de $\vec{u}$ şi $\vec{v}$.

Subiectul III (30p)

a)Se dau funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x+1, x\le 0 \\ 1-x, x\in(0,3), \\ -2, x\ge 3 \end{cases} g(x)=\begin{cases} 3, x\le 1 \\ 2x+a, x>1 \end{cases}$.

Determinați valorile lui $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcțiile $f\circ g$ şi $g\circ f$ să fie funcții constante.

b)Pentru cea mai mică valoare a lui a să se reprezinte graficele funcțiilor f şi g.

c)Să se calculeze suma: $S=\left[1+\sqrt{2}\right]+\left[\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right]+\left[\frac{3+\sqrt{4}}{3}\right]+\ldots+\left[\frac{2011+\sqrt{2012}}{2011}\right]$.

Din oficiu 10p

Timp de lucru 2 ore

Toate subiectele sunt obligatorii.

Probleme propuse de:

Prof. Smeureanu Florin Dorian

Prof. Cotoarbă Cristian

Prof. Vâlceanu Radu

Prof. Statie Silviu

Prof. Modrea Speranța

Prof. Stoenescu Dorel

SUBIECTE CLASA A X – A

Subiectul I (30p)

a)Demonstrați că $|x-2009|+|x-2010|+|x-2011|+|x-2012|\geq 2, \forall x\in\mathbb{R}$.

b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația : $2^{\log_6(x+\frac{9}{x})}=\dfrac{8x-9-x^2}{x}$.

Subiectul II (30p)

Să se arate că nu există funcții $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ care să verifice relația $f^2(x^2-2x)-6\cdot f(2x-3)+x^2+1=0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Subiectul III (30p)

a)Fie $z=\dfrac{1-2i}{1+i}$. Calculați $\mathrm{Re}(z), \mathrm{Im}(z)$ şi $|z|$.
b)Determinați ecuația de gradul II ce admite ca rădăcină numărul complex $z = 2 + i$.
c)Fie z_1 şi z_2 rădăcinile ecuației de la punctul b). Calculați $z_1^4 + z_2^4$.

Din oficiu 10p.

Timp de lucru 2 ore

Toate subiectele sunt obligatorii.

Probleme propuse de:

Prof. Smeureanu Florin Dorian

Prof. Cotoarbă Cristian

Prof. Constantinescu Dragoş

Prof. Buican Cristian

Prof. Stoenescu Dorel

Inf. Păun Cătălin

SUBIECTE CLASA A XI – A

Subiectul I (30p)

a)Să se determine $x \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(1,1), B(3^x, 3^{x+1}-3), C(3^{x+1}-3, 3^x)$ să fie coliniare.

b)Să se determine aria triunghiului ABC ştiind că $A(m, m^2), B(n, n^2), C(p, p^2)$ şi m, n, p sunt numere naturale consecutive.

c)Fie $A = (a_{ij}) \in M_3(\mathbf{Z})$ o matrice simetrică $\left(a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j = \overline{1,3}\right)$. Să se arate că dacă elementele de pe diagonala principală a matricei A sunt egale, iar suma elementelor fiecărei coloane este egală cu λ, atunci $4\lambda \cdot \det(A)$ este pătrat perfect.

Subiectul II (30p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} \frac{e^x + e^{-x}}{2} & 0 & \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{e^x - e^{-x}}{2} & 0 & \frac{e^x + e^{-x}}{2} \end{pmatrix} \middle| x \in \mathbf{R} \right\}$.

a)Să se calculeze $\det(A(x)),\ x \in \mathbf{R}$.

b)Să se arate că dacă $A(x), A(y) \in M$ atunci $A(x) \cdot A(y) \in M$.

c)Să se determine suma $A(1) \cdot A(2) \cdot ... \cdot A(2011)$.

Subiectul III (30p)

a)Se consideră funcția $f : [-1,1] \to \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{dacă } x \in [-1, 0) \\ \ln(x^2+1), & \text{dacă } x \in [0,1] \end{cases}$, $a, b, c \in \mathbf{R}$. Să se determine $a, b, c \in \mathbf{R}$ astfel încât funcția f să fie continuă în $x_0 = 0$ şi să existe $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

b)Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{x}$.

c)Fie funcția $f : D \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{|x-4|}$. Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât asimptota funcției f către $-\infty$ să fie dreapta de ecuație $y = 3x - 1$.

Din oficiu 10p.

Timp de lucru 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Probleme propuse de:

Prof. Bîrzescu Cătălin

Prof. Smeureanu Florin Dorian

Prof. Neagu Dumitru

SUBIECTE CLASA A XII – A

Subiectul I **(30p)**

1.Ordonați crescător numerele $a=-\sqrt[3]{64}, b=\log_2\log_2\frac{1}{32}$ şi $c=C_2^1-A_5^1$.

2.Determinați valorile parametrului real m ştiind că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx-2m$ se află situată deasupra axei Ox.

3.Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_3\left(\sqrt{2x^2+x-1}\right)=1$.

4.Determinați al zecelea termen al progresiei aritmetice definită prin: $2, n, 3n-8, \ldots$.

5.Determinați coordonatele simetricului punctului $A(-3;2)$ față de mijlocul segmentului determinat de punctele $B(1;-4)$ şi $C(-3;2)$.

6.Să se arate că $\sin 40^o \bullet \sin 140^o = \cos^2 130^o$.

Subiectul II **(30p)**

1.Se consideră mulțimea M a tuturor matricelor pătratice de ordinul 2 având elemente numere reale şi care au proprietatea că suma elementelor aflate pe fiecare linie, respectiv coloană este egală cu 1.

a)Să se arate că dacă $A\in M$ atunci $A\bullet A'\in M$, unde A' este transpusă matricei A.

b)Să se arata că dacă $A\in M$ şi det A=1 atunci $A=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c)Să se determine matricele din mulțimea M care îşi au inversele tot în M.

2.Se consideră polinomul $f=X^3-2aX^2+2\left(a^2-2\right)X-1\in\mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3\in\mathbb{R}$.

a)Să se determine $a\in\mathbb{R}$ ştiind că 1 este rădăcină a polinomului f.

b)Să se arate că expresia $\frac{x_1}{x_2x_3}+\frac{x_2}{x_3x_1}+\frac{x_3}{x_1x_2}$ nu depinde de a.

c)Să se determine $a\in\mathbb{N}$ şi să se rezolve ecuația $f(x)=0$, ştiind că f admite o rădăcină întreagă.

Subiectul III **(30p)**

1.Se consideră funcția $f:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, definită prin $f(x)=\begin{cases}x^2-x+1, x\in(0;1)\\ 1+\ln x, x\geq 1\end{cases}$.

a)Studiați continuitatea funcției f în punctul $x_0=1$.

b)Arătați că $f(x)\geq\frac{3}{4}$ oricare ar fi $x>0$.

c)Calculați $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{f\left(e^x\right)-1}{x}$.

2.Se consideră funcțiile $f,g:(0;\infty)\to\mathbb{R}$ definite prin $f(x)=x-\ln x$ şi $g(x)=\dfrac{x-1}{x}$, oricare ar fi $x>0$

a)Arătați că $\int g(x)\,dx=f(x)+C$.

b)Determinați aria suprafeței mărginite de graficul funcției $h:[1,2]\to\mathbb{R}, h(x)=x\cdot f\left(e^x\right)$, axa *Ox* şi dreptele *x=1* şi *x=2*.

c)Demonstrați că $\int_1^e f^{2010}(x)\cdot g(x)\,dx=\dfrac{(e-1)^{2011}-1}{2011}$.

Probleme propuse de:

Prof. Smeureanu Florin Dorian

Din oficiu 10p.

Timp de lucru 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.