Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare şi de notare

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=i$ $\overline{z}=-i$ $a=0$, $b=-1$	**2p** **1p** **2p**
2.	$x_V=-2$ $y_V=-16$	**2p** **3p**
3.	$x^2-4=6x-12\Rightarrow x^2-6x+8=0$ $x_1=2$ nu convine şi $x_2=4$ verifică ecuaţia	**2p** **3p**
4.	Numerele divizibile cu 100 din mulţimea numerelor naturale de trei cifre sunt 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 şi 900 $\Rightarrow$ 9 cazuri favorabile Numărul numerelor naturale de trei cifre este 900 $\Rightarrow$ 900 de cazuri posibile $p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{1}{100}$	**2p** **1p** **2p**
5.	$\overrightarrow{AC}=6\vec{i}-8\vec{j}\Rightarrow AC=10$ Lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$ este egală cu 20	**2p** **3p**
6.	$B=\dfrac{\pi}{6}$ $\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}\Rightarrow AC=4\sqrt{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(x)+A(-x)=\begin{pmatrix}x&1&2\\2&1&1\\1&0&-x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-x&1&2\\2&1&1\\1&0&x\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}0&2&4\\4&2&2\\2&0&0\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real x	**2p** **3p**
b)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix}x&1&2\\2&1&1\\1&0&-x\end{vmatrix}=-x^2+2x-1$ $\det(A(x))=0\Leftrightarrow x=1$	**3p** **2p**
c)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&1&1\\1&0&-1\end{pmatrix}$; pentru $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ avem $A(1)\cdot X=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+2z=0\\2x+y+z=0\\x-z=0\end{cases}$ care este sistem omogen Determinantul sistemului este egal cu $0\Rightarrow$ sistemul are o infinitate de soluţii $\Rightarrow$ există o infinitate de matrice X	**3p** **2p**

2.a)	$f(-1)=(-1)^3+m\cdot(-1)^2+m\cdot(-1)+1=$ $=-1+m-m+1=0$	**2p** **3p**
b)	$x_1+x_2+x_3=-m$ şi $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=m$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2=m^2-2m$ $m^2-2m=-1 \Leftrightarrow m=1$	**2p** **1p** **2p**
c)	$f=(X+1)\left(X^2+(m-1)X+1\right)$ f are toate rădăcinile reale $\Leftrightarrow (m-1)^2-4\geq 0 \Leftrightarrow m\in(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+x+1}}\cdot\left(x^2+x+1\right)'=$ $=\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=\dfrac{1}{2}$ Dreapta de ecuaţie $y=x+\dfrac{1}{2}$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ $f'(x)\geq 0$ pentru orice $x\in\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ $f'(x)\leq 0$ pentru orice $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$I_1=\int_0^1(1-x)e^x dx=(1-x)e^x\Big\vert_0^1+\int_0^1 e^x dx=$ $=e-2$	**3p** **2p**
b)	$I_{n+1}=\int_0^1(1-x)^{n+1}\left(e^x\right)'dx=(1-x)^{n+1}e^x\Big\vert_0^1-\int_0^1\left((1-x)^{n+1}\right)'e^x dx=$ $=-1+(n+1)\int_0^1(1-x)^n e^x dx=-1+(n+1)I_n$, pentru orice număr natural nenul n	**2p** **3p**
c)	Demonstraţie prin inducţie matematică: $I_1=1!\left(e-1-\dfrac{1}{1!}\right)=e-2$, deci proprietatea este adevărată pentru $n=1$ Presupunem proprietatea adevărată pentru numărul natural nenul k. Avem $I_{k+1}=(k+1)I_k-1=(k+1)k!\left(e-1-\dfrac{1}{1!}-...-\dfrac{1}{k!}\right)-1=(k+1)!\left(e-1-\dfrac{1}{1!}-...-\dfrac{1}{(k+1)!}\right)$, deci proprietatea este adevărată pentru orice număr natural nenul n	**1p** **4p**