Concursul Interjudețean de Matematică
"Dumitru Țiganetea"
Ediția a XI-a, 30 aprilie 2011

-Barem de corectare-
Clasa a V–a

1

$a = 10^2$ ……………………………………………………………………………………2p

$b = 1005 \cdot 2011^2$ ……………………………………………………………………………………2p

$c = \left(11 \cdot 3^n\right)^2$ ……………………………………………………………………………………2p

a, c sunt pătrate perfecte ……………………………………………………………………………………1p

2.

a) Numerele divizibile cu 5 nu se găsesc în şir, deci 2010 nu se află printre termenii şirului............... 2p

b) Grupați câte 4, termenii şirului sunt numere consecutive, între 2 grupe consecutive lipseşte un multiplu de 5. Intre grupa 1 şi 2 lipseşte $5 \cdot 1$, între grupa 2 şi 3 lipseşte $5 \cdot 2$,..., Intre grupa n şi n+ lipseşte $5 \cdot n$.

$2011 = 4 \cdot 502 + 3$, deci vom avea 502 grupe complete şi încă 3 termeni din grupa 503.

Intre grupa 502 şi 503 se află $5 \cdot 502 = 2510$, înseamnă că termenul de pe locul 2011 este 2513. ....3 p

c)

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + \cdots + 2513 = \left(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + 2513\right) - \left(5 + 10 + \ldots + 2510\right) =$$

$$= \frac{2513 \cdot 2514}{2} - 5 \cdot \left(1 + 2 + \ldots + 502\right) = 3158841 - 5 \cdot 126253 = 3158841 - 631265 = 2527576$$ 2p

3.

Impărțim mulțimea A astfel :

$\{386,343\}, \{385,344\}, \{384,345\}, \ldots, \{365,364\}, \{342,1\},$

$\{341,2\}, \{340,3\}, \ldots, \{172,171\}$,……………………………………………………………………3 p

adică 193 de mulțimi. Dacă vom alege 194 elemente , două se vor afla în aceeaşi mulțime şi vor avea suma $729 = 9^3$ sau $343 = 7^3$. ……………………………………………………………4 p

4.

Din $4x + 3y$ număr par rezultă y par ……………………………………………………………2p

iar din $3x + 4y$ număr impar rezultă x impar. ……………………………………………………………2p

Deci A conține elementele impare, iar B pe cele pare, adică

$A = \{1,3,5,\ldots,2011\}$ şi $B = \{2,4,6,\ldots,2010\}$ …………………………………………………… 1p

Suma elementelor lui A este $1 + 3 + 5 + \ldots + 2011 = 1006^2$ ……………………………………………1p

iar a lui B este $2 + 4 + 6 + \ldots + 2010 = 1005 \cdot 1006$ ……………………………………………1p