Concursul Interjudețean de Matematică
"Dumitru Țiganetea"
Ediția a XI-a, 30 aprilie 2011
Clasa a VI–a

1.

a) Cum $156 = 4 \cdot 39$, care sunt prime între ele, studiem divizibilitatea cu 4 şi 39................1p

Pentru divizibilitatea cu 4 grupăm câte 2 termenii consecutivi

Rezultă $A = 4 \cdot \left(3 + 3^3 + \cdots + 3^{2009}\right)$ 1p

Pentru divizibilitatea cu 39 grupăm termenii câte trei

Obținem $A = 39 \cdot \left(1 + 3^3 + \cdots + 3^{2007}\right)$ 1p

Finalizare 1p

b) Expresia se mai scrie: $\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{2010}{4021}$ 1p

$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{2010}{4021}$ 1p

Finalizare $n = 2010$ 1p

..

2.

Numerele $(2011 - x_1), (2011 - x_2), (2011 - x_3), (2011 - x_4), (2011 - x_5)$ sunt diferite 1p

$18 = (-3) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$ 2p

$(2011 - x_1) + (2011 - x_2) + (2011 - x_3) + (2011 - x_4) + (2011 - x_5) = (-3) + (-1) + 1 + 2 + 3 = 2$.....2p

$5 \cdot 2011 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = 2$ 1p

Finalizare $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10053$ 1p

3.

Figura 1p

a) $\Delta ABE \equiv \Delta AFE$ rezultă $[AF] \equiv [AB]$ 1p

Rezultă ΔACF isoscel 1p

b) $[ED]$ mediană în triunghiul dreptunghic BEC, rezultă $[ED] \equiv [DC \Rightarrow m(\angle DEC)] = 70^\circ$ ...1p

$\Delta ACF \equiv \Delta ACB \Rightarrow m(\angle ACF) = 70^\circ$ 1p

$\angle DEC \equiv \angle ECF$ rezultă $ED \parallel CP$ 1p

c) În ΔAPC, $m(\angle PAC) = 20^\circ$ şi $m(\angle ACP) = 110^\circ$ rezultă $m(\angle APC) = 50^\circ$..........................1p

4.

Figura 1p

Determină $m(\angle A) = 20^\circ, m(\angle B) = 30^\circ, m(\angle C) = 130^\circ$ 2p

Pe dreapta AC considerăm punctul T a.î. $C \in (AT)$ şi $CT = 3cm$ 1p

Triunghiul ABT isoscel cu $AB = AT$ rezultă $m(\angle TBA) = 80^\circ$,

$m(\angle TCB) = 50^\circ = m(\angle TBC) \Rightarrow \Delta CBT$ isoscel cu $TC = TB$ 1p

Construim triunghiului echilateral KBT astfel ca punctele C şi K să fie de aceeaşi parte a dreptei TB. Rezultă $m(\angle KBA) = 20^\circ$, K este pe mediatoarea segmentului BT, iar din ΔATB isoscel, rezultă K este pe bisectoarea $\angle TAB$, rezultă $m(\angle TAK) = m(\angle BAK) = 10^\circ$. 1p

Din $\Delta PAB \equiv \Delta KBA \Rightarrow m(\angle ABP) = m(\angle KAB) = 10^\circ$ 1p