

**Calculul cu numere reale. Expresia de gradul II. Progresii. Elemente de combinatorică**

**Puteri și radicali:**  $x^n = x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ ,  $x$  de  $n$  ori.  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ;  $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ ;  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ ;  $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ ;  $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}; \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}; (x^m)^n = x^{m \cdot n}; (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n; \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}; \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}; \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

pentru a compara radicali trebuie aduși la același ordin:  $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n \cdot k]{x^k}$

**Logaritmi:**  $a, b > 0, a \neq 1$ . Ecuația  $a^x = b$  are soluția  $x = \log_a b$ . În concluzie:  $a^{\log_a b} = b$

Pentru  $A, B, a, b > 0, a, b \neq 1$  avem:  $\log_a A + \log_a B = \log_a (A \cdot B)$   $\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$

$\log_a A^n = n \cdot \log_a A = \log_{\sqrt[n]{a}} A$ ;  $\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \cdot \log_a A = \log_{a^n} A$ ; Schimbarea bazei:  $\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a}$

$\log_a b \cdot \log_b A = \log_a A$ ;  $\lg x = \log_{10} x$ ;  $\ln x = \log_e x, e \cong 2,718 \dots \notin \mathbb{Q}$ ; **Ecuația  $\log_a x = b$  are soluția  $x = a^b$**

**Expresia de gradul II:**  $ax^2 + bx + c, a \neq 0, x \in \mathbb{R}$ .  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Rădăcinile  $x_1$  și  $x_2$  sunt date de formulele:

- Dacă  $\Delta > 0$  atunci  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ .
- Dacă  $\Delta = 0$  atunci  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ .
- Dacă  $\Delta < 0$  atunci  $x_{1,2} \notin \mathbb{R}$

**Semnul expresiei de gradul I ( $ax+b$ ):** până în rădăcină semn contrar lui  $a$ , după rădăcină semnul lui  $a$ .

**Semnul expresiei de gradul II:**

- Dacă  $\Delta > 0$ : între rădăcini semn contrar lui  $a$ , în afară semnul lui  $a$ .
- Dacă  $\Delta = 0$ : în rădăcină zero, în rest semnul lui  $a$ .
- Dacă  $\Delta < 0$ : peste tot semnul lui  $a$ .

**Graficul funcției:** o parabolă cu ramurile orientate în sus sau în jos după cum  $a > 0$  respectiv  $a < 0$ .

- Pentru  $\Delta > 0$  parabola taie axa  $Ox$  în punctele de abscise  $x_1$  respectiv  $x_2$ ;
- Pentru  $\Delta = 0$  parabola este tangentă axei  $Ox$  în punctul de abscisă  $x_1$ ;
- Pentru  $\Delta < 0$  parabola nu intersectează axa  $Ox$ .

**Intersecția cu  $Oy$**  este  $B(0,c)$ . **Axa de simetrie** este dreapta de ecuație: (d):  $x = -\frac{b}{2a}$

**Vârful parabolei:**  $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$   $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-\Delta}{4a}$

- Pentru  $a > 0$  valoarea minimă este  $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$  iar  $x_V = -\frac{b}{2a}$  este punctul de minim.
- Pentru  $a < 0$  valoarea maximă este  $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$  iar  $x_V = -\frac{b}{2a}$  este punctul de maxim.

Relațiile lui Viète:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = S \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = P \end{cases}$   $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \\ x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP \end{cases}$  Ecuația de gradul II cu rădăcinile  $x_1$  și  $x_2$  este  $X^2 - S \cdot X + P = 0$

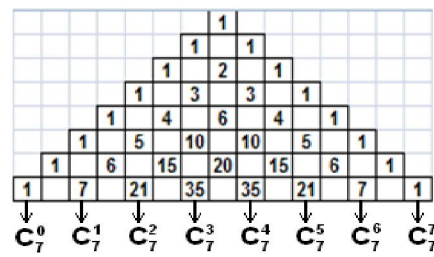
**Progresii aritmetice:**  $a_n = a_1 + (n-1)r$ ;  $S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$ ;  $n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ ;  $\div a, b, c \Leftrightarrow 2b = a + c$

**Progresii geometrice:**  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ;  $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ ;  $\div a, b, c \Leftrightarrow b^2 = ac$

**Elemente de combinatorică:**  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ ;  $0! = 1$ ;  $P_n = n!$ ;

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}; C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; C_n^k = C_n^{n-k}; \text{Pentru } M = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$$

- Numărul submulțimilor lui  $M$  este  $2^n$ ;
- Numărul submulțimilor cu  $k$  elemente este  $C_n^k$ ;
- Numărul submulțimilor ordonate cu  $k$  elemente din  $M$  este:  $A_n^k$ ;
- Numărul de numere formate din  $k$  cifre distincte din  $M$  este:  $A_n^k$ ;
- Dacă cifrele nu sunt distincte, numărul de numere este  $n^k$ .



1. Să se calculeze  $a^2 + b^2$ , știind că numerele  $a$  și  $b$  au suma egală cu 7 și produsul egal cu 13.
2. Să se determine a 2011-a zecimală a numărului  $0,(285714)$ .
3. Se consideră numărul  $a = \log_2 3$ . Să se arate că  $\log_2 18 = 2a + 1$ .
4. Să se calculeze  $\log_2 3 - \frac{1}{2} \log_2 9$ .
5. Să se calculeze  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ .
6. Să se calculeze  $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2}$ .
7. Să se verifice egalitatea  $\lg \frac{1}{2} + \lg \frac{2}{3} + \dots + \lg \frac{9}{10} = -1$ .
8. Să se calculeze  $\log_3 5 + \log_3 6 - \log_3 10$ .
9. Să se compare numerele  $2^2$  și  $\log_2 32$ .
10. Să arate că numărul  $(\sqrt[3]{2})^{\log_2 8}$  este natural.
11. Să se calculeze  $\log_5 25 - \log_3 9$ .
12. Să arate că  $\log_2 4 + \log_3 9 < \sqrt{36}$ .
13. Să se calculeze  $\log_6 3 + \log_6 10 - \log_6 5$ .
14. Să arate că numărul  $\sqrt[3]{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{3}$  este natural.
15. Să se calculeze  $\log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + \dots + \log_3 \frac{9}{8}$ .
16. Să se calculeze  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_5 25$ .
17. Să se arate că  $\log_2 5 + \log_2 12 - \log_2 30 = 1$ .
18. Să se verifice că  $\frac{\log_5 18 - \log_5 2}{\log_5 3} = 2$ .
19. Să se arate că  $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8} = 0$ .
20. Să se determine valorile naturale ale lui  $n$  pentru care expresia  $E(n) = \sqrt{10 - 3n}$  este bine definită.
21. Să se demonstreze că numărul  $\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!}$  este natural.
22. Să se calculeze  $\sqrt[3]{9} - \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ .
23. Să se arate că  $\log_2 14 + \log_2 3 - \log_2 6 = \log_2 7$ .
24. Să se ordoneze crescător numerele  $a = \sqrt{2}$  și  $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ .
25. Să se determine numărul elementelor mulțimii  $A = \{1; 4; 7; \dots; 400\}$ .
26. Să se demonstreze că  $(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2$  este un număr natural.
27. Să se arate că  $\log_3 24 = 3a + 1$ , unde  $a = \log_3 2$ .
28. Să se calculeze  $C_3^2 + P_3$ .
29. Să se calculeze  $C_5^4 + A_5^4$ .
30. Să se rezolve ecuația  $C_n^2 = 28$ ,  $n \in N$ .
31. Să se determine numărul tuturor submulțimilor de 2 elemente ce se pot forma cu elemente din mulțimea  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
32. Se consideră 10 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte drepte trec prin cel puțin 2 puncte din cele 10.

33. Să se calculeze numărul submulțimilor mulțimii  $\{1,2,3,4\}$ . care au un număr par nenul de elemente.
34. Să se determine numărul natural  $n$  știind că  $A_n^1 + C_n^1 = 10$ .
35. Să se determine numărul natural  $n$  știind că  $\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 6$ .
36. Să se determine câte numere de câte trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1,2,3,4\}$ .
37. Să se determine câte numere de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1,2,3,4\}$ .
38. Să se rezolve ecuația  $C_{n+2}^{n+1} = 2$ ,  $n \in N$ .
39. Să se calculeze  $C_4^0 - C_4^1 + C_4^2 - C_4^3 + C_4^4$ .
40. Să se calculeze  $C_5^2 - A_4^2 + 6$ .
41. Să se calculeze  $A_5^2 - P_3$ .
42. Să se rezolve ecuația  $C_x^2 = 21$ ,  $x \in N$ .
43. Se consideră mulțimea  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ . Să se determine câte numere formate din 4 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii  $A$ .
44. Se consideră mulțimea  $A = \{1,2,3,4,5\}$ . Să se determine câte numere formate din 3 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii  $A$ .
45. Să se calculeze numărul submulțimilor cu 5 elemente ale unei mulțimi cu 9 elemente.
46. Să se rezolve ecuația  $A_n^2 = 12$ ,  $n \in N$ .
47. Să se calculeze numărul submulțimilor ordonate cu 3 elemente ale unei mulțimi cu 5 elemente.
48. Să se verifice egalitatea  $C_{n+1}^n - C_{n+1}^1 = 0$ , pentru orice  $n \in N$ .
49. Să se rezolve ecuația  $C_n^2 = C_n^1 + 2$ ,  $n \in N$ .
50. Să se rezolve ecuația  $\frac{(n+2)!}{n!} = 56$ ,  $n \in N$ .
51. Să se determine în câte moduri pot fi alese două persoane dintr-un grup de 9 persoane.
52. Să se determine în câte moduri se poate alcătui un cuvânt format din trei litere distincte ale unui alfabet de 8 litere.
53. Să se rezolve ecuația  $C_n^2 = 6$ ,  $n \in N$ .
54. Să se determine numărul tuturor segmentelor orientate nenule care se pot forma cu elementele unei mulțimi de 7 puncte din plan.
55. Să se determine câte numere de patru cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1, 2, 3, 4\}$ .
56. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ?
57. Să se determine câte numere de cinci cifre se pot scrie folosind doar elemente din mulțimea  $\{1; 2\}$ .
58. Să se determine câte numere de trei cifre se pot scrie folosind doar elemente din mulțimea  $\{1; 2; 3; 4\}$ .
59. Să se rezolve ecuația  $\frac{n!}{12} = (n-2)!$ ,  $n \in N$ .
60. Să se determine numărul natural nenul  $n$  astfel încât numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu  $n$  elemente să fie egal cu 21.
61. Să se calculeze  $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4$ .
62. Să se calculeze  $C_{2011}^2 - C_{2011}^{2009}$ .
63. Să se calculeze  $C_{1000}^2 - C_{1000}^{998}$ .
64. Să se calculeze  $C_{2011}^2 - C_{2010}^2 - C_{2010}^1$ .
65. Să se calculeze  $0! + 1! + 2! + 3!$ .
66. Să se arate că  $C_5^1 + 1 = 3!$ .
67. Să se calculeze  $C_6^2 - C_6^4$ .
68. Să se calculeze  $C_4^2 + C_4^3$ .
69. Să se verifice că  $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 2^4$ .
70. Să se calculeze  $C_8^5 - C_8^3$ .

71. Să se calculeze  $\frac{P_2 + C_4^1}{A_3^1}$ .
72. Să se calculeze  $\frac{2!+3!}{C_8^1}$ .
73. Să se calculeze  $2C_3^1 - A_3^2$ .
74. Să se calculeze  $C_4^2 + C_4^3$ .
75. Să se determine valorile naturale ale numărului  $n$  astfel încât  $C_n^0 + C_n^1 = 8$ .
76. Să se calculeze  $P_3 - C_4^2$ .
77. Să se calculeze  $C_{10}^9 - C_9^8$ .
78. Să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ , știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + 1 = 0$ .
79. Să se calculeze  $x_1 + x_2 + x_1x_2$  știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 12x - 2 = 0$ .
80. Să se determine  $m \in R$ , știind că  $\{x \in R \mid x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0\} = \{1\}$ .
81. Să se demonstreze că dacă  $x_1$  este soluție a ecuației  $x^2 - 2011x + 1 = 0$ , atunci  $x_1 + \frac{1}{x_1} = 2011$ .
82. Să se demonstreze că, dacă  $a \in R^*$ , atunci ecuația  $ax^2 - (2a+1)x + a + 1 = 0$  are două soluții reale distincte.
83. Să se determine o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții  $x_1$  și  $x_2$  verifică simultan relațiile  $x_1 + x_2 = 1$  și  $x_1x_2 = -2$ .
84. Să se demonstreze că pentru orice  $a$  real, ecuația de gradul al doilea  $(1 + \cos a)x^2 - (2 \sin a)x + 1 - \cos a = 0$  admite soluții reale egale.
85. Să se demonstreze o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții  $x_1$  și  $x_2$  verifică simultan relațiile  $x_1 + x_2 = 2$  și  $x_1x_2 = -3$ .
86. Să se demonstreze că ecuația  $x^2 - 2x + 1 + a^2 = 0$  nu admite soluții reale, oricare ar fi  $a \in R^*$ .
87. Să se determine  $m \in R$ , știind că soluțiile  $x_1, x_2$  ale ecuației  $x^2 - (2m+1)x + 3m = 0$  verifică relația  $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 11$ .
88. Se consideră ecuația  $x^2 + 3x - 5 = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se calculeze  $x_1^2 + x_2^2$ .
89. Se consideră ecuația  $x^2 + mx + 2 = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se determine valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$ .
90. Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, știind că aceasta are soluțiile  $x_1 = 2$  și  $x_2 = 3$ .
91. Se consideră ecuația  $x^2 - x + m = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se determine numărul  $m$  pentru care  $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} = -\frac{3}{4}$ .
92. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  pentru care  $x=5$  este soluție a ecuației  $m^2(x-1) = x - 3m + 2$ .
93. Să se determine  $m \in R$  astfel încât  $x^2 - (m-3)x + m - 3 > 0$ , pentru orice  $x$  real.
94. Să se determine valorile reale ale parametrului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 + (m-1)x + 3 = 0$  verifică egalitatea  $x_1 = 3x_2$ .
95. Să se calculeze valoarea expresiei  $E(x) = x^2 - 4x - 1$  pentru  $x = 2 + \sqrt{5}$ .
96. Să se determine valorile reale ale  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 + (m^2 + 3)x + 3 = 0$  verifică egalitatea  $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 7$ .
97. Să se determine valorile reale ale parametrului  $m$  astfel încât ecuația  $x^2 + mx + 9 = 0$  să admită două soluții egale.
98. Să se arate că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - x - 1 = 0$  verifică relația  $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 2$ .

99. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - mx + m + 2 = 0$  verifică egalitatea  $2x_1x_2 = x_1 + x_2$ .
100. Știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 2011x + 2011 = 0$ , să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .
101. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - mx - m - 6 = 0$  verifică relația  $4(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 0$ .
102. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 + 2x + 6m - 1 = 0$  verifică egalitatea  $x_1x_2 = x_1 + x_2$ .
103. Să se demonstreze că pentru orice  $m \in R$  ecuația  $x^2 + mx - m^2 - 1 = 0$  are două soluții reale distincte.
104. Să se arate că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - (2m - 3)x + m - 1 = 0$  verifică egalitatea  $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = -1$ ,  $\forall m \in R$ .
105. Să se arate că mulțimea  $\{x \in R \mid x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0\}$  are două elemente, oricare ar fi  $m \in R$ .
106. Să se determine valoarea parametrului real  $m$ , știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - (m - 1)x - m = 0$  verifică relația  $x_1 + x_2 = 2(x_1x_2 + 4)$ .
107. Ecuația  $x^2 + px - p = 0$ , cu  $p \in R$ , are soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se verifice dacă expresia  $x_1 + x_2 - x_1x_2$  este constantă.
108. Se consideră ecuația de gradul al II-lea  $x^2 - x + m = 0$ . Să se determine  $m \in R$  astfel încât ecuația să admită soluții de semne contrare.
109. Să se arate că produsul soluțiilor ecuației  $mx^2 - 2011x - m = 0$  este constant,  $\forall m \in R^*$ .
110. Să se determine numărul real  $m$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - mx - 1 = 0$  să fie numere reale opuse.
111. Să se determine parametrul real  $m$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + m = 0$  să fie inverse una altele.
112. Să se determine  $m \in R^*$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + m = 0$  să aibă semne opuse.
113. Să se determine valorile reale pozitive ale numărului  $x$ , știind că  $\lg \sqrt{x}$ ,  $\frac{3}{2}$  și  $\lg x$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
114. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 37, 73, 109, ... .
115. Să se calculeze suma primilor 50 termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 3$ .
116. Să se demonstreze că pentru orice  $x \in R$  numerele  $3^x - 1$ ,  $3^{x+1}$  și  $5 \cdot 3^x + 1$  sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.
117. Să se calculeze suma  $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 125$ .
118. Să se determine al nouălea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu  $\frac{1}{3}$  și primul termen este 729.
119. Să se calculeze suma  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4}$ .
120. Să se determine numărul real  $x$ , știind că  $2^x - 1$ ,  $4^x$  și  $2^{x+1} + 3$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
121. Să se determine numărul real  $x$ , știind că  $x - 3$ ,  $4$ ,  $x + 3$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
122. Să se calculeze suma  $1 + 3 + 5 + \dots + 121$ .
123. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_3 = 5$  și  $a_6 = 11$ . Să se calculeze  $a_{18}$ .
124. Să se calculeze suma  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$ .
125. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 1$  și  $a_5 = 13$ . Să se calculeze  $a_{2011}$ .
126. Să se determine rația unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_{10} - a_2 = 16$ .
127. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 2$  și  $a_2 = 4$ . Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

128. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 6$ . Să se calculeze  $b_5$ .
129. Să se determine numărul real  $x$ , știind că șirul  $3, 1, 2x + 1, 59, 63, \dots$  este progresie aritmetică.
130. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 6$  și  $a_2 = 5$ . Să se calculeze  $a_{15}$ .
131. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_2 = 5$  și  $r = 3$ . Să se calculeze  $a_{23}$ .
132. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_1 = 1$  și  $b_2 = 3$ . Să se calculeze  $b_8$ .
133. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 7$  și  $a_2 = 37$ . Să se calculeze suma primilor 50 termeni ai progresiei.
134. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 3$  și  $a_3 = 7$ . Să se calculeze suma primilor 100 termeni ai progresiei.
135. Să se calculeze suma  $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 1111$ .
136. Să se determine numărul real  $x$  știind că numerele  $x+1$ ,  $2x - 3$  și  $x - 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
137. Să se determine numărul real pozitiv  $x$  știind că șirul  $1, x, x+2, 8, \dots$  este progresie geometrică.
138. Să se determine suma primilor 16 termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care  $a_1 = 2$  și  $a_2 = 5$ .
139. Să se determine numărul real  $x$  știind că numerele  $5 - x$ ,  $x + 7$  și  $3x + 11$  sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.
140. Să se arate că numerele  $\log_2 2$ ,  $C_3^1$  și  $5$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
141. Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, știind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este egală cu 4.
142. Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.
143. Să se determine rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = 3$  și  $b_2 - b_1 = 3$ .
144. Să se demonstreze că șirul cu termenul general  $a_n = 2n + 3$ , verifică relația  $a_{n+1} - a_n = 2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .
145. Să se arate că numerele  $1$ ,  $\log_3 9$  și  $\sqrt[3]{64}$  sunt termeni consecutivi dintr-o progresie geometrică.
146. Să se determine numărul real  $a$ , știind că numerele  $2^a$ ,  $4^a + 1$  și  $2^{a+2}$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
147. Să se determine numărul real  $x$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $x+1$  și  $2x - 1$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
148. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 3$ . Să se arate că numerele  $f(1)$ ,  $f(0)$  și  $f(-3)$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
149. Să se calculeze suma  $2 + 5 + 8 + \dots + 26$ .
150. Se consideră funcția  $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2 x$ . Să se arate că numerele  $f(1)$ ,  $f(2)$  și  $f(4)$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
151. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice în care primul termen este egal cu 16, iar rația este  $\frac{1}{2}$ .
152. Să se determine termenul al zecelea al unei progresii aritmetice știind că primul termen este 2 și rația este 3.
153. Să se calculeze suma  $2 + 12 + 22 + \dots + 192$ .
154. Să se calculeze suma  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^6$ .
155. Să se calculeze suma  $S = 1 + 5 + 9 + \dots + 85$ .
156. Să se calculeze produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, care are primul termen  $\sqrt{2}$  și rația egală cu  $-\sqrt{2}$ .
157. Să se determine numărul real  $x$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $2x - 2$  și  $x + 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
158. Să se determine numărul real  $x$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $x+1$  și  $2x + 5$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
159. Să se determine produsul primilor cinci termeni consecutivi ai unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că primul termen este egal cu 1 și rația este  $q = -2$ .

