

**Proba scrisă a concursului de admitere - iulie 2013**  
**Subiectul de Matematică**

**I. (30 puncte)** Considerăm matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 1 \\ m & -2 & 0 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}$ , cu  $m \in \mathbb{R}$ .

1) (5 puncte) Calculați determinantul matricei  $A$ .

2) (8 puncte) Aflați valorile lui  $m \in \mathbb{R}$  pentru care matricea  $A$  este inversabilă.

3) (10 puncte) Pentru  $m = 2$  să se rezolve ecuația  $AX = B$ , unde  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

4) (7 puncte) Discutați, după  $m \in \mathbb{R}$ , compatibilitatea sistemului  $AX = B$ .

**II. (30 puncte)** Se consideră funcția  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ , definită prin  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$ .

1) (9 puncte) Să se determine domeniul maxim de definiție  $D$  și să se studieze continuitatea și derivabilitatea funcției  $f$ .

2) (5 puncte) Să se determine asimptotele graficului funcției  $f$ .

3) (6 puncte) Să se studieze monotonia și să se determine punctele de extrem local ale funcției  $f$ .

4) (10 puncte) Să se afle aria mărginită de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuație  $x = \frac{1}{2}$  și  $x = 2$ .

**III. (30 puncte)** a) În sistemul cartezian  $xOy$  fie dreapta  $(h)$  de ecuație  $x + ay + b = 0$  și punctele  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(-1, -4)$ .

1) (6 puncte) Determinați distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $BC$ .

2) (7 puncte) Determinați  $a$  și  $b$  încât punctele  $A$  și  $B$  să fie situate pe dreapta  $(h)$ .

3) (7 puncte) Determinați  $a$  și  $b$  încât dreptele  $(h)$  și  $BC$  să nu aibă niciun punct comun.

b) (10 puncte) Rezolvați ecuația  $\sin x + \cos x = \sin x \cos x$ .

**Notă.**

1) Toate subiectele sunt obligatorii.

2) Se cer soluții complete (pe foaia de concurs) la toate subiectele.

3) Se acordă 10 puncte din oficiu.

4) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Barem de corectare - Matematică

I.

- 1) calculul determinantului.....5 p.
- 2) soluțiile reale ale ecuației  $\det A = 0$ .....5 p.  
Valorile lui  $m$  pentru care matricea  $A$  este inversabil .....3 p.
- 3) pentru  $m = 2$  sistemul are soluție unic .....3 p.  
Determinarea lui  $X$ .....7 p.
- 4) cazul  $m$  egal cu 1.....5 p.  
cazul  $m$  diferit de 1.....2 p.

II.

- 1) domeniul de definiție  $D$ .....2 p.  
mulțimea punctelor de continuitate pentru  $f$ .....2 p.  
mulțimea punctelor de derivabilitate pentru  $f$ .....5 p.
- 2) ecuația asimptotei la infinit.....5 p.
- 3) studiul monotoniei.....3 p.  
coordonatele celor 2 puncte de extrem ale funcției.....3 p.
- 4) formula de calcul a ariei.....2 p.  
calculul ariei.....8 p.

III.

- a)
  - 1) formula distanței de la un punct la o dreaptă .....2 p.  
ecuația dreptei  $BC$ .....2 p.  
calculul distanței cerute.....2 p.
  - 2) scrierea condițiilor ca punctele  $A$  și  $B$  să fie situate pe  $(h)$ .....2 p.  
determinarea necunoscutelor  $a$  și  $b$ .....5 p.
  - 3) impunerea condițiilor ca dreptele să fie paralele și distincte.....3 p.  
determinarea necunoscutelor  $a$  și  $b$ .....4 p.
- b) aflarea tuturor soluțiilor ecuației.....10 p.