CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ”NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A V -A

Problema 1.

a) Comparați 2^{33} cu 3^{22}.

***

b) Comparați numerele $a^{\overline{bb}}$ și $b^{\overline{aa}}$ cu $a \neq b$, știind că $a^3 = b^2$.

Alexandru Cebuc, Slatina – G.M., nr. 10/2010

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) $2^{33} = (2^3)^{11} = 8^{11}$ .... **1 punct**

$3^{22} = (3^2)^{11} = 9^{11}$ .... **1 punct**

$2^{33} < 3^{22}$ .... **0,5 puncte**

b) $a \neq 0$ și $b \neq 0$ .... **1 punct**

$a = 4$ și $b = 8$ .... **1 punct**

$a^{\overline{bb}} = 4^{88} = 2^{176}$ .... **1 punct**

$b^{\overline{aa}} = 8^{44} = 2^{132}$ .... **1 punct**

$a^{\overline{bb}} > b^{\overline{aa}}$ .... **0,5 puncte**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ”NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A V -A

Problema 2

Se consideră numerele naturale: 1, 4, 7, 10, 13, ..., 121, 124.

a) Determinaţi suma numerelor de mai sus.

b) Stabiliţi dacă numărul $n = 147101316.....118121124$, obţinut prin “alăturarea” numerelor date, luate în ordine crescătoare, este pătrat perfect.

Cecilia Deaconescu, Piteşti şi Dumitru Dobre, Rm. Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) $1+4+7+10+............+124=$

$=(3\cdot 0+1)+(3\cdot 1+1)+(3\cdot 2+1)+(3\cdot 3+1)+....+(3\cdot 41+1)=$ .... **1 punct**

$=3(1+2+3+4+....+41)+42=$ .... **1 punct**

$=3\cdot 41\cdot 42:2+42=2625$ .... **1 punct**

c) $n = 1471013...........121124=$

$1\cdot 10^{a_1}+4\cdot 10^{a_2}+7\cdot 10^{a_3}+10\cdot 10^{a_4}+13\cdot 10^{a_5}+\cdots+121\cdot 10^3+124=1\cdot (M_9+1)+4\cdot(M_9+1)+7\cdot(M_9+1)+10\cdot(M_9+1)+\ldots+121\cdot(M_9+1)+124=M_9+(1+4+7+10+\ldots+124)=M_9+2625.$

.... **2 puncte**

Cum $2625 \vdots 3 \rightarrow 3 \mid n$, iar $9 \nmid 2625 \rightarrow 9 \nmid n \rightarrow n$ nu este pătrat perfect

.... **2 puncte**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ”NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A V -A

Problema 3

Aflați cel mai mic şi cel mai mare număr natural de forma $\overline{abc3}$, ştiind că dacă îl împărțim la un număr natural de două cifre obținem restul 96.

Leon Genoiu şi Marius Giurgiu, Rm. Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

$\overline{abc3} = \overline{xy} \cdot c + 96, \quad 96 < \overline{xy}, \Rightarrow \overline{xy} \in \{97,98,99\}$ .... **1 punct**

din $\overline{abc3} = 97 \cdot c + 96, \Rightarrow$ u(c)=1 .... **1 punct**

pentru $10 \le c \le 102, \Rightarrow c \in \{11,12,.......,101\}$ .... **1 punct**

găseşte $\overline{abc3} = 1163$ pentru c=11 şi $\overline{abc3} = 9893$ pentru c=101 .... **1 punct**

pentru $\overline{xy}$=98 nu avem valori naturale .... **1 punct**

pentru $\overline{xy}$=99, valorile găsite nu corespund cerințelor problemei .... **1 punct**

Soluția 1163 pentru minim şi 9893 pentru maxim .... **1 punct**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ”NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A V -A

Problema 4

Se consideră şirul de numere: 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7,7, 8, 9, 9, 10, ...

a) Care este al 201-lea termen al şirului?

b) Dacă notăm termenii şirului, de la stânga la dreapta, cu a_1, a_2, a_3, a_4, ..., demonstraţi că $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_{3k} = k(3k+1)$, unde $k \in N^*$.

Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) Aşezăm termenii şirului pe 3 linii:

$a_1 = 1$ $\quad a_2 = 1$ $\quad a_{3\cdot1} = 2 = 2\cdot1$

$a_4 = 3$ $\quad a_5 = 3$ $\quad a_{3\cdot2} = 4 = 2\cdot2$

$a_7 = 5$ $\quad a_8 = 5$ $\quad a_{3\cdot3} = 8 = 2\cdot4$ .... **1 punct**

....

$a_{3k-2} = 2k-1$ $\quad a_{3k-1} = 2k-1$ $\quad a_{3k} = 2k$, unde $k \in N^*$ .... **1 punct**

$a_{201} = a_{3\cdot67} = 2\cdot67 = 134$ .... **1 punct**

b) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_{3k} = (a_1 + a_4 + a_7 + ... + a_{3k-2}) + (a_2 + a_5 + a_8 + ... + a_{3k-1}) +$
$+ (a_3 + a_6 + a_9 + ... + a_{3k}) =$ .... **1 punct**

$= 2[1+3+5+....(2k-1)] + 2(1+2+3+....+k) =$ .... **2 puncte**

$= 2k^2 + k(k+1) = 3k^2 + k = k(3k+1)$ .... **1 punct**