INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARGEŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Concursul Judeţean de Matematică „Dan Barbilian" – 11.12.2010

Clasa a X-a

Varianta 3

SUBIECTE:

1. Se consideră numerele reale $a_1, a_2, \dots, a_n$, strict pozitive, cu proprietatea că $a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = 1$. Să se demonstreze că

$$\left(\frac{\log_{a_1} a_2}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\log_{a_2} a_3}{a_2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\log_{a_{n-1}} a_n}{a_{n-1}}\right)^2 + \left(\frac{\log_{a_n} a_1}{a_n}\right)^2 \geq n^2.$$

2. Fie x, y >0 şi n$\in N^*$. să se arate că $1 + \dfrac{(x+y)^1}{x+y} + \dfrac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \ldots + \dfrac{(x+y)^n}{x^n+y^n} \leq 2^n$

CĂTĂLIN CRISTEA G.M 7-8-9 / 2010

3. Considerăm triunghiul *ABC* şi fie *M* un punct din plan. Să se arate că, dacă alegem punctele *N* şi *P* astfel încât triunghiurile *ABC*, *NBM* şi *NAP* să fie direct asemenea, atunci patrulaterul *APMC* este paralelogram (eventual degenerat).

4. Se consideră: un număr natural $n \geq 2$, numărul $\alpha = \dfrac{1-\sqrt[n]{2}}{1+\sqrt[n]{2}}$ şi $z \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ cu proprietatea că modulul numărului $\dfrac{z-1}{z+1}$ este egal cu $\sqrt[n]{2}$. Dacă punctele A,B,C au respectiv afixele z, α şi $\dfrac{1}{\alpha}$, arătaţi că $AB \perp AC$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.