



**Concursul Județean de Matematică  
„Dan Barbilian” – 11.12.2010  
Clasa a XII-a**

Varianta 1

**SUBIECTE:**

1. Pe  $\mathbb{R}_+^*$  definim legea de compoziție:

$$x \circ y \stackrel{def}{=} 2^{\sqrt[3]{\log_2^3 x + \log_2^3 y - \log_2^3 5}}$$

- a) Să se arate că  $(\mathbb{R}_+^*, \circ)$  este grup comutativ.  
b) Arătați că  $(\mathbb{R}_+^*, \circ)$  este izomorf cu grupul  $(\mathbb{R}, +)$ .  
c) Calculați  $\underbrace{x \circ x \circ x \dots \circ x}_{n \text{ ori}}$ .

\*\*\*

2. a) Să se demonstreze că orice grup finit cu un număr prim de elemente este ciclic.  
b) Demonstrați că orice grup finit cu  $p$  elemente și  $p$  prim este izomorf cu grupul  $(\mathbb{Z}_p, +)$ .

\*\*\*

3. Să se determine funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , primitivabilă pe  $\mathbb{R}$ , știind că admite primitiva  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , care verifică relația:  $F(x) + f(x) = -x^2 - 3x$ .

Ștefan Tudosie

4. Să se calculeze:  $\int \frac{x^{2012} - x^{2010}}{(2x^2 + 3x + 2)^{2012}} dx, x \in (0, \infty)$ .

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.