



**Concursul Județean de Matematică
„Dan Barbilian” – 11.12.2010
Clasa a XII-a**

Varianta 1

SUBIECTE:

1. Pe \mathbb{R}_+^* definim legea de compoziție:

$$x \circ y \stackrel{def}{=} 2^{\sqrt[3]{\log_2^3 x + \log_2^3 y - \log_2^3 5}}$$

- a) Să se arate că (\mathbb{R}_+^*, \circ) este grup comutativ.
b) Arătați că (\mathbb{R}_+^*, \circ) este izomorf cu grupul $(\mathbb{R}, +)$.
c) Calculați $\underbrace{x \circ x \circ x \dots \circ x}_{n \text{ ori}}$.

2. a) Să se demonstreze că orice grup finit cu un număr prim de elemente este ciclic.
b) Demonstrați că orice grup finit cu p elemente și p prim este izomorf cu grupul $(\mathbb{Z}_p, +)$.

3. Să se determine funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitivabilă pe \mathbb{R} , știind că admite primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care verifică relația: $F(x) + f(x) = -x^2 - 3x$.

Ștefan Tudosie

4. Să se calculeze: $\int \frac{x^{2012} - x^{2010}}{(2x^2 + 3x + 2)^{2012}} dx, x \in (0, \infty)$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.