



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "NICOLAE PĂUN"
EDIȚIA A XVII-A - DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A VI -A

Problema 1.

a) Determinați numărul natural prim n știind că $n + 2$ este un divizor comun al numerelor $8n^2 + 3n + 5$ și $6n^2 - 24$.

Gheorghe Radu, Rm. Vâlcea

b) Pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$ notăm cu p_n al n -lea număr natural prim. (De exemplu $p_1 = 2$, $p_2 = 3$ etc).

b₁) Aflați $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $p_{n+1} - p_n = 1$;

b₂) Determinați $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $p_n \geq 2n + 1$.

Nicolae Bourbăcuț, Hunedoara

Problema 2

Fie mulțimea $E = \{3, 7, 11, 15, 19, \dots, 63, 67\}$.

a) Calculați suma elementelor mulțimii E ;

b) Poate fi împărțită mulțimea E în trei submulțimi disjuncte două câte două, astfel încât suma elementelor din fiecare submulțime să fie aceeași ? Justificați !

c) Dacă A este o submulțime a lui E formată din 11 elemente, demonstrați că mulțimea A conține două elemente a căror sumă este divizibilă cu 29.

Constantin Bărăscu, Râmnicu Vâlcea

Problema 3

Se consideră punctele coliniare $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2011}$ astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm, $A_2A_3 = 2$ cm, ..., $A_{2010}A_{2011} = 2010$ cm.

a) Arătați că există o ordine a punctelor A_1, A_2, A_3, A_4 și A_5 astfel încât $A_1 = A_5$;

b) Determinați o ordine de așezare a punctelor $A_1, A_2, \dots, A_{2009}$ astfel încât $A_1 = A_{2009}$;

c) Arătați că oricum am alege o ordine a tuturor celor 2011 puncte, A_1 și A_{2011} nu coincid.

Cecilia Deaconescu, Pitești și Dumitru Dobre, Rm. Vâlcea

Problema 4

Se consideră semidreptele $[OA_1, [OA_2, \dots, [OA_{2010}$, distincte două câte două. Notăm cu \mathcal{U} mulțimea tuturor unghiurilor având ca laturi două semidrepte distincte dintre cele considerate.

a) Demonstrați că în \mathcal{U} există măcar un unghi de măsură cel puțin egală cu $10'$ și măcar un unghi de măsură egală cu $11'$;

b) Determinați cardinalul minim posibil al mulțimii \mathcal{U} și cardinalul maxim posibil al mulțimii \mathcal{U} .

Gabriel Popa, Iași

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect fiind cotate cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.