



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "NICOLE PAUN"  
EDIȚIA A XVII-A DECEMBRIE 2010

SUBIECTE CLASA A IX-A

**Problema 1.** Fie  $n$  un număr natural mai mare sau egal ca 2. Să se demonstreze că pentru orice  $x$  din intervalul  $[1, n]$  au loc inegalitățile:

$$\frac{n^2 - 1}{4} \leq |x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - n| \leq \frac{n(n - 1)}{2}$$

*Nicolae Bourbăcuț*

**Problema 2.** a) Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația

$$x^2 - x + [x] - 2 = 0.$$

*Vasile Pop*

b) Determinați numerele naturale nenule care nu sunt pătrate perfecte și pentru care  $[\sqrt{n}]^3$  divide  $n^2$ , unde  $[a]$  este partea întreagă a numărului real  $a$ .

\*\*\*

**Problema 3.** Fie ABCD un patrulater convex și M, P, N puncte pe segmentele [AB], [BC] și respectiv [CD] astfel încât

$$\frac{MB}{AB} = \frac{BP}{BC} = \frac{ND}{DC} = \frac{1}{3}.$$

Fie R și S respectiv mijloacele segmentelor [AP] și [MN].

Arătați că RS este paralelă cu AD și  $RS = \frac{1}{3} AD$ .

*Constantin Drugan*

*convex*  
**Problema 4.** Arătați că patrulaterul ABCD în care suma medianelor este egală cu semiperimetrul, este paralelogram. Prin mediană înțelegem segmentul ce unește mijloacele a două laturi opuse.

\*\*\*

**Nota:** Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect fiind cotate cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.