INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN BOTOŞANI

Olimpiada de Matematică

Etapa Județeană – 02.04.2011

Barem de corectare,

clasa a V-a

Problema 1

Să se afle un număr de patru cifre ştiind că împărțit la răsturnatul său dă câtul 7 şi restul 618.

Soluție

$\overline{abcd} = 7\overline{dcba} + 618$; *a,d* $\in$*{1,2,...9}; b,c*$\in$*{0,1,2,...9}*………………….....*1p*

Dacă d ≥ 2*, atunci* $7\overline{dcba}$ *are mai mult de patru cifre, deci d=1* …………………*.1p*

d =1 rezulta a = 9 …………………………………………………………………*.1p*

$\overline{9bc1} = 7 \cdot \overline{1cb9} + 618$ => 44 + b = 23c ……………………………………………….*.2p*

$0 \leq b \leq 9$ => $44 \leq 23c \leq 53$ => c = 2 …………………………………………………….*1p*

b = 2*, deci numărul căutat este* 9221 ……………………………………………….*1p*

Problema 2

Cu cifrele 1 , 2 , 3 şi 4 se formează două numere diferite de patru cifre distincte. Arătați că nici unul nu se divide cu celălalt.

Soluție

Notăm cu a şi b cele două numere şi presupunem că a < b. Cea mai mică valoare a lui a este 1234, iar cea mai mare valoare a lui b este 4321 ………………....….*2p*

Observăm că 4321 < 4·1234, deci a < b < 4a…………………………….........*1p*

Este posibil doar b = 2a sau b = 3a ……………………………………….....*2p*

2a si 3a nu se scriu numai cu cifrele 1, 2, 3, 4 ………………………………….*2p*

Problema 3

Aflați numărul natural *n* pentru care:

$$ {n \cdot n^{5} \cdot n^{5^{2}} \cdot \ldots \cdot n^{5^{2010}}}^{4} = 5^{5^{2011}} : 1^{5} + 5^{0} + 1^{5^{2011}} + 5^{0^{2011}} + 2011^{0^{5}} \; . $$

Gazeta Matematică

Soluție

Membrul drept este egal cu 5 la puterea 5^{2011}*-1* ………………………………….2p

Membrul stâng este n la puterea $4(1+5+5^2+\ldots+5^{2010})$ ……………………..2p

$4(1+5+5^2+\ldots+5^{2010}) = 5^{2011} - 1$ …………………………………………..2p

$n = 5$ ……………………………………………………………………..1p

Problema 4

Se consideră fracțiile $x_1 = \frac{9}{14}, x_2 = \frac{10}{21}, x_3 = \frac{11}{28}, \ldots\ldots$ .Scrieți fracția x_{1000} şi apoi ordonați crescător primele 1000 de fracții.

Soluție

Fractia este $\frac{1008}{7007}$ ……………………………………………………………….2p

Avem $x_1 = \frac{2+7}{2\cdot 7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{2};\; x_2 = \frac{3+7}{3\cdot 7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3};\; x_3 = \frac{4+7}{4\cdot 7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{4};$ ……….

$x_{1000} = \frac{1001+7}{1001\cdot 7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{1001};$ ………………………………………………3p

Cum $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \cdots\cdots > \frac{1}{1001} \Rightarrow x_{1000} < x_{999} < \cdots\cdots < x_3 < x_2 < x_1$ ……………2p