



## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

etapa județeană

**Clasa a VI- a**

02 aprilie 2011

### BAREM DE CORECTARE

#### SUBIECTUL I (7p)

7p | Aflați numerele naturale  $x, y, z$  știind că suma lor este 30 și sunt direct proporționale cu trei numere naturale consecutive.

$\frac{x}{n} = \frac{y}{n+1} = \frac{z}{n+2}$  ..... 1 p

$y = 10$  ..... 2 p

$x = \frac{10n}{n+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow n+1/10n \Rightarrow n \in \{4, 9\}$  ..... 3 p

Finalizare  $(x, z) \in \{(15, 12), (11, 11)\}$  ..... 1 p

#### SUBIECTUL II (7p)

7p | Să se determine numărul natural  $n$  și numerele naturale prime  $p$  și  $q$ ,  $p < q$ , care verifică egalitatea:  $p^q + q^p - 5^n = 8360$ .

$5^n$  are ultima cifră 1 sau 5 ..... 1 p

Dacă  $p$  și  $q$  au aceeași paritate, atunci relația este falsă. Aceasta implică  $p = 2$  și  $q$  impar ..... 2 p

Ultima cifră a lui  $2^q$  este 2 sau 8 și ultima cifră a lui  $q^2$  este 1 sau 9 ..... 2 p

Ultima cifră a lui  $2^q + q^2$  este 1, 3, 7, 9, implică  $n = 0$  ..... 1 p

Finalizare  $q = 13$  ..... 1 p

#### SUBIECTUL III (7p)

7 p | Se consideră numărul  $A = 314 \cdot 315 \cdot 316 \cdot \dots \cdot 624 \cdot 625 \cdot 626$ .

a) Arătați că numărul  $A$  se divide cu  $2^{313}$ .

b) Aflați cel mai mare număr natural  $x$  pentru care  $A$  se divide cu  $5^x$ .

c) Cu câte zerouri se termină numărul  $A$ ?

*Gazeta Matematică*

a) Factori divizibili cu 2 sunt 157 ..... 2 p

Factori divizibili cu:

$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$	$2^8$	$2^9$
78	39	20	10	5	2	1	1

..... 2 p

b) Factori divizibili cu 5 sunt 63 ..... 1 p

Factori divizibili cu:

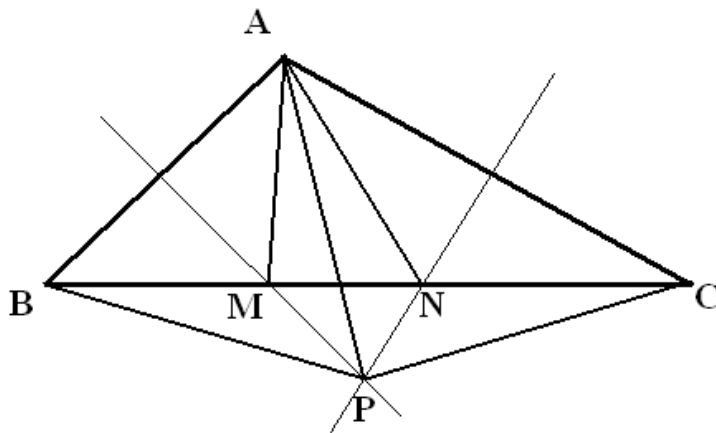
$5^2$	$5^3$	$5^4$
13	3	1

..... 1 p

c)  $A$  se termină cu 80 de cifre de 0 ..... 1 p

**SUBIECTUL IV (7p)**

- În triunghiul ABC,  $m(\sphericalangle A) > 90^\circ$ , cunoaștem  $AB = 6$  cm,  $AC = 8$  cm, iar  $BC = 12$  cm.  
Mediatoarea laturii AB intersectează latura BC în M, iar mediatoarea laturii AC intersectează latura BC în N.
- 3p a) Calculați perimetrul triunghiului ANM.
- 4p b) Dacă cele două mediatoare se intersectează în punctul P, arătați ca semidreapta AP este bisectoarea unghiului MAN.



- a)  $MA = MB$  ..... 1 p  
 $NA = NC$  ..... 1 p  
 $P_{AMN} = BC = 12$  cm ..... 1 p  
b)  $\triangle PBC = \triangle$  isoscel ..... 1 p  
 $\triangle PMB \equiv \triangle PMA$ , rezultă  $\sphericalangle MAP \equiv \sphericalangle PBM$  ..... 1 p  
 $\triangle PNA \triangle PNC$  rezultă  $\sphericalangle PAN \equiv \sphericalangle PCN$  ..... 1 p  
Finalizare ..... 1 p