OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

12 februarie 2011
Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1

a) Aflați $x \in N^*$ astfel încât

$$\frac{2011}{x}+\frac{2012}{x+1}+\frac{2013}{x+2}+\ldots+\frac{2109}{x+98}+\frac{2110}{x+99}=100.$$

b) Determinați numărul natural n pentru care numărul:
$N = 5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ are exact 120 de divizori.

*****

SUBIECTUL 2

Aflați câte numere de forma $\overline{abcde}$, scrise în baza 10, au simultan următoarele proprietăți: i) $a \cdot b \cdot c = p$; ii) $d+e=p^2$; iii) p este număr prim.

*****

SUBIECTUL 3

Considerăm punctele coliniare $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2010}, A_{2011}$ în această ordine astfel încât $\frac{A_1A_2}{2}=\frac{A_2A_3}{3}=\frac{A_3A_4}{4}=\ldots=\frac{A_{2010}A_{2011}}{2011}$. Notăm M mijlocul segmentului $[A_{11}A_{124}]$ şi fie N un punct nesituat pe dreapta A_1A_2 astfel încât: $m(\measuredangle A_{11}A_{29}N)=109^0 19' 19''$ şi $m(\measuredangle A_{29}A_{121}N)=70^0 40' 41''$.

a) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $[A_{11}A_{29}] \equiv [A_nA_{n+3}]$

b) Demonstrați că mijlocul segmentului $[A_{1001}A_{2011}]$ nu este niciunul din punctele $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2010}, A_{2011}$.

c) Arătați că $NM \perp A_1A_{2011}$.

*****

SUBIECTUL 4

Se consideră unghiul $\measuredangle MON$ cu măsura de 90^0 şi punctele coliniare A, O, B astfel încât $O \in (AB)$. Dacă (OE este bisectoarea unghiului $\measuredangle AOM$, iar (OF bisectoarea $\measuredangle BON$, arătați că $m(\measuredangle EOF)=45^0$ sau $m(\measuredangle EOF)=135^0$.

Gazeta Matematică 1/2010

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.