INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CONSTANŢA
Str. Mihai Eminescu nr. 11, Constanţa, cod poştal: 900664
Tel.: +40 (0)241 611 913, Fax: +40 (0)241 618 880
www.isjcta.ro e-mail: isj-cta@isjcta.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Olimpiada naţională de matematică
Etapa judeţeană 02.04.2011
Clasa a V-a

Subiecte

1. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ care împărţite la $a \cdot b$ dau restul b.

Gazeta Matematică

2. Fie numerele naturale $A = 3m + 2n$ şi $B = 2m + 3n$, unde m şi n sunt numere naturale nenule.

a) Pentru $n > 1, m > 1$ găsiţi o fracţie ireductibilă $\frac{m}{n}$ ştiind că fracţia $\frac{A}{B}$ este reductibilă.

b) Dacă $m = 2^{80}$ şi $n = 3^{60}$, comparaţi numerele A şi B.

c) Ce valori naturale nu poate lua numărul A, oricare ar fi m şi n numere naturale nenule? Justificaţi!

Alexandru Cărnaru

3. Fie şirul de numere naturale 1, 6, 27, 128, ….

a) Completaţi acest şir cu încă 2 termeni.

b) Dacă notăm cu t_1 primul termen al acestui şir, cu t_2 al doilea termen al şirului ş.a.m.d., aflaţi ultima cifră a sumei primilor 2011 termeni.

c) Determinaţi cardinalul mulţimii $A = \{x \in N | t_{2010} < x < t_{2011}\}$.

Stela Turcu

4. Fie mulţimile $A = \{3,6,9\}$, $B = \{2,5,8\}$ şi numărul $x = \overline{abcde}$ format cu 4 cifre din mulţimea A şi o cifră din mulţimea B.

a) Calculaţi diferenţa dintre cel mai mare număr x de această formă şi cel mai mic număr x de această formă.

b) Arătaţi că numerele x de acestă formă nu pot fi pătrate perfecte.

***

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare subiect rezolvat corect se acordă 7 puncte.Timpul de lucru este 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CONSTANŢA
Str. Mihai Eminescu nr. 11, Constanţa, cod poştal: 900664
Tel.: +40 (0)241 611 913, Fax: +40 (0)241 618 880
www.isjcta.ro e-mail: isj-cta@isjcta.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Olimpiada naţională de matematică

Etapa judeţeană 02.04.2011
Clasa a VI-a

Subiecte

1. Fie numerele naturale $A = a^2 + a + 1$, $B = b^2 + 3b + 1$ şi $C = c^2 + 5c + 1$, unde a, b, c sunt numere naturale nenule.

a) Găsiţi un triplet (a, b, c) astfel încât $A^2 + B^2 + C^2 = 395$.

b) Arătaţi că nu există numere naturale nenule a, b, c astfel încât $A^{2n} + B^{2n} + C^{2n} = 395^{2n}$, oricare ar fi $n \in N$.

Alexandru Cărnaru

2. Dacă n este un număr natural nenul, notăm cu $S(n)$ suma divizorilor naturali ai lui n.

a) Calculaţi $S(72)$.

b) Arătaţi că $S(2^{2011})$ este un număr divizibil cu 15.

c) Determinaţi n natural astfel încât $S(n) = 403$.

Stela Turcu

3. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB < AC$ şi AD bisectoarea unghiului BAC, $D \in (BC)$. Paralela prin B la AD intersectează dreapta AC în E, paralela prin C la AD intersectează dreapta AB în F, iar dreapta EF se intersectează cu dreapta BC în M.

a) Arătaţi că $\Delta EBF \equiv \Delta BEC$.

b) Demonstraţi că $MA \perp AD$.

Gazeta Matematică

4. Fie triunghiul echilateral ABC şi E un punct pe dreapta AC astfel încât $A \in (EC)$. Se construieşte triunghiul echilateral ECD, astfel încât D şi B să fie de o parte şi de alta a dreptei AC şi triunghiul echilateral FBD, astfel încât E şi F să fie de aceeaşi parte a dreptei BD.

a) Arătaţi că punctele A, C şi F sunt colineare.

b) Arătaţi că $BD < CF < 2 \cdot BD$.

Alexandru Cărnaru

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare subiect rezolvat corect se acordă 7 puncte.Timpul de lucru este 3 ore.