

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ, 12.03.2011

CLASA A V-A

SUBIECTE

1.a. Fie $x, y, z \in \mathbb{N}$ astfel încât $17x + 14y = 3z$. Arătați că

$$N = (x + y)(y + z)(z + x)$$

este un număr divizibil cu 2, cu 3 și cu 17.

b. Să se scrie numărul $n = (2001^3 - 2001^2) + (2001^2 - 2001)$, ca produsul a trei numere naturale consecutive.

2. Să se arate că numerele naturale de la 1 la 16 pot fi scrise pe o linie, dar nu și într-un cerc, astfel încât suma a oricare două numere vecine să fie pătrat perfect.

3. O echipă de cosași trebuie să cosească două pajști, una de două ori mai mare decât cealaltă. Timp de jumătate de zi, echipa lucrează pe pajștea mai mare, apoi se împarte în două grupuri egale: un grup rămâne pe pajștea mare și o termină de cosit până seara, iar celălalt grup merge să cosească cea de-a două pajște. La sfârșitul zilei, din aceasta mai rămâne o porțiune, pe care o cosește un singur cosaș pe parcursul întregii zile următoare. Câți cosași sunt în echipă?

4. Să se arate că există cel mult nouă numere prime formate numai din cifra 1, cuprinse între 10 și 10^{29} .

NOTĂ:

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.