

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ, 12.03.2011

CLASA A VI-A

BAREME

**Subiectul 1.**

Oficiu .....	1p
$1 + \frac{91x - 9}{990} + 2 + \frac{82x - 8}{990} + \dots + 9 + \frac{19x - 1}{990} = 50$ .....	2p
$45 + \frac{91x + 82x + 73x + \dots + 19x - 45}{990} = 50$ .....	1p
$91x + 82x + 73x + \dots + 19x - 45 = 4950$ .....	2p
$100 \cdot (9 + 8 + 7 + \dots + 1) + 10 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) + 9x - 45 = 4950$	
$100 \cdot 45 + 10 \cdot 45 + 9x - 45 = 4950$	
$4500 + 450 + 9x - 45 = 4950 \Rightarrow x = 5$ .....	2p

**Subiectul 2.**

Oficiu .....	1p
$p_1 = 2, p_2 = 3, p_n > 2, \forall n > 1$ .....	1p
$p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} + 1$ este un număr impar .....	1p
Presupunem că $p_n = 5 \Rightarrow p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} + 1 = 5^k = \overline{\dots 25}$ .....	2p
$p_1 p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} = \overline{\dots 24}$ .....	1p
$4   p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1}$ , dar $p_i > 2, \forall i > 1$ si $p_i$ prime	
5 nu poate face parte din șir .....	2p

**Subiectul 3.**

Oficiu .....	1p
Figura .....	1p
a. $AQ = CP$ din ipoteză	
$AP + PQ = CQ + PQ \Leftrightarrow AP = CQ \Leftrightarrow [AP] \equiv [CQ](1)$ .....	1p
$Q$ aparține mediatoarei segmentului $[AB] \Rightarrow AQ = BQ(2)$	
$P$ aparține mediatoarei segmentului $[BC] \Rightarrow CP = BP(3)$ .....	1p

$AQ = CP \Rightarrow BQ = BP \Rightarrow [BQ] \equiv [BP] \Rightarrow \Delta BPQ \Delta$  isoscel ..... **1p**  
**b.** Deoarece triunghiul BPQ isoscel,  $[BQ] \equiv [BP] \Rightarrow \widehat{PQB} \equiv \widehat{QPB} \Rightarrow \widehat{APB} \equiv \widehat{CQB}$  (suplemente de unghiuri congruente.) (5) ..... **1p**  
 Comparu am  $\Delta APB$  și  $\Delta CQB$ :  
 $[AP] \equiv [CQ]$  (1)  
 $\widehat{APB} \equiv \widehat{CQB}$  (5)  
 $[BP] \equiv [BQ]$  (4)  
 Din relațiile (1), (4) și (5), conform cazului L.U.L.,  $\Rightarrow \Delta APB \equiv \Delta CQB \Rightarrow [AB] \equiv [BC] \Rightarrow \Delta ABC$ - isoscel ..... **2p**

**Subiectul 4.**

Oficiu ..... **1p**  
 Figura ..... **1p**  
 Fie  $Q' \in BC$  astfel încât  $m(\widehat{Q'AC}) = 60^\circ$  și fie  $AQ' \cap CQ = N$ .  
 $m(\widehat{NAC}) = 60^\circ$  și  $m(\widehat{NCA}) = 60^\circ \Rightarrow \Delta NAC$  echilateral  
 $\Rightarrow [NC] \equiv [AC]$  (1) ..... **1p**  
 În  $\Delta ACP$ ,  $m(\widehat{PAC}) = 50^\circ$  și  $m(\widehat{PCA}) = 80^\circ \Rightarrow m(\widehat{APC}) = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ \Rightarrow \Delta ACP$  isoscel  $\Rightarrow [AC] \equiv [CP]$  (2) ..... **1p**  
 Din (1) și (2)  $\Rightarrow \Delta NCP$  isoscel,  $m(\widehat{NCP}) = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$   
 $\Rightarrow m(\widehat{CNP}) = m(\widehat{CPN}) = 80^\circ$  ..... **1p**  
 $m(\widehat{BAQ'}) = m(\widehat{BCQ}) = 20^\circ$ ,  $[BA] \equiv [BC]$ ,  $m(\widehat{ABQ'}) \equiv m(\widehat{CBQ}) \Rightarrow$  conform cazului U.L.U.  $\Delta Q'BA \equiv \Delta QBC \Rightarrow [Q'A] \equiv [QC]$  dar  
 $[NA] \equiv [NC] \Rightarrow [QN] \equiv [Q'N]$   
 $\widehat{ANC}, \widehat{Q'NQ'}$ -opuse la vârf  $m(\widehat{Q'NQ'}) = 60^\circ$ .  
 $\Delta Q'NQ'$  isoscel având un unghi de  $60^\circ \Rightarrow \Delta Q'NQ'$  echilateral  
 $\Rightarrow [QN] \equiv [QQ']$  (3) ..... **1p**  
 $m(\widehat{Q'NP}) = 180^\circ - m(\widehat{ANC}) - m(\widehat{CNP}) = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$ .  
 $m(\widehat{NQ'P}) = 180^\circ - m(\widehat{Q'AC}) - m(\widehat{PCA}) = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ \Rightarrow \Delta PNQ'$ - isoscel  $\Rightarrow [PN] \equiv [PQ']$  (4) ..... **1p**  
 Din (3) ,(4) și  $[PQ]$ -latura comună  $\Rightarrow \Delta QNP \equiv \Delta QQ'P$  conform cazului L.L.L.  $\Rightarrow m(\widehat{QPN}) = m(\widehat{Q'PQ}) =$   
 $= \frac{180^\circ - m(\widehat{CPN})}{2} = 50^\circ$   
 $m(\widehat{NPA}) = m(\widehat{CPN}) - m(\widehat{CPA}) = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$   
 $m(\widehat{APQ}) = m(\widehat{QPN}) + m(\widehat{NPA}) = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$  ..... **1p**