

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ, 12.03.2011

CLASA A V-A

BAREME

Subiectul 1.a.

Oficiu 1p

$$(1) 17x + 14y = 3z + 3y$$

$$17x + 17y = 3y + 3z$$

$$17(x + y) = 3(y + z) \dots\dots\dots 1p$$

$$\Rightarrow 3|(x + y) \text{ și } 17|(y + z) \dots\dots\dots 1p$$

În relația (1) termenul $14y$ este par, de unde rezultă că x și z au aceeași paritate $\Rightarrow 2|(x + z) \dots\dots\dots 1p$

$\Rightarrow (x + y)(y + z)(x + z)$ este divizibil cu 2,3 și 17. 1p

$$\mathbf{b.} \quad n = 2001^2 \cdot (2001 - 1) + 2001 \cdot (2001 - 1) = \dots\dots\dots 1p$$

$$2001^2 \cdot 2000 + 2001 \cdot 2000 = 2000 \cdot 2001(2001 + 1) = 2000 \cdot 2001 \cdot 2002 \dots 2p$$

Subiectul 2.

Oficiu 1p

În linie numerele se pot scrie :16,9,7,2,14,11,5,4,12,13,3,6,10,15,1,8 3p

Verifică faptul că oricare două numere vecine au suma pătrate perfecte.. 1p

Dacă numerele ar fi scrise în cerc, să notăm cu x și y vecinii lui 16. Atunci

$16 + x$ și $16 + y$ sunt pătrate perfecte distincte 1p

Dar $16 + x$ și $16 + y$ sunt cuprinse între $16 + 1$ și $16 + 15$, adică între 17 și 31, dar singurul pătrat perfect în acest interval este 25..... 1p

Deci $16 + x$ și $16 + y$ nu pot fi două pătrate perfecte distincte, rezultă că numerele nu se pot așeza în cerc. 1p

Subiectul 3.

Oficiu 1p

Notăm cu $2n$ numărul de coșăși.

Pe parcela mare lucrează $2n$ coșași jumătate de zi și încă n coșași jumătate de zi, $\Rightarrow 3n$ coșași termină parcela mare în jumătate de zi **3p**
 Pe parcela mică lucrează n coșași jumătate de zi și încă un coșași o zi, rezultă că $n + 2$ coșași termină parcela mică în jumătate de zi **2p**
 Parcela mare e de 2 ori mai mare decât cea mică $\Rightarrow 3n = 2(n + 2) \Rightarrow n = 4$, numărul coșașilor este $2n = 8$ **2p**

Subiectul 4.

Oficiu **1p**

Numerele sunt de forma $\underbrace{111\dots1}_k$, k cuprins între 2 și 29 **1p**

Dacă k este număr compus, $n, p > 1$ $k = n \cdot p \Rightarrow \underbrace{\overbrace{11\dots1}_n \overbrace{111\dots1}_n \dots \overbrace{11\dots1}_n}_p \Rightarrow$

numărul se poate scrie

$\underbrace{111\dots1}_n \cdot \underbrace{10\dots0}_n \underbrace{10\dots0}_n \dots \underbrace{10\dots0}_n \Rightarrow$ numărul nu este prim **3p**

Dacă k este un număr prim, k cuprins între 2 și 29

$\Rightarrow k \in \{2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ $k = 3$ nu convine pentru că 111 se divide cu 3 \Rightarrow sunt cel mult 9 numere prime **3p**