

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa județeană- 30 aprilie 2011

Clasa a V a

Subiecte

Problema 1

Fie $N = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2008} + 3^{2009}$

a) Să se afle restul împărțirii lui N la 11.

b) Să se rezolve ecuația:

$$(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2008} + 3^{2009}) : (1 + 3^5 + 3^{10} + \dots + 3^{2005}) + 70x^3 = 2011$$

Prof. Maria și Anton Negrilă, Ploiești

Problema 2

a) Să se scrie numerele 2010 și 2011 ca o sumă de trei pătrate perfecte.

b) Arătați că dacă n e număr natural, atunci numărul $2010^n \cdot 2011^{n+1}$ se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte.

Prof. Gh. Achim, Mizil

Problema 3

Se notează $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ termenii șirului 1, 6, 13, 22, 33, \dots .

a) Calculați $a_2 + a_4 + \dots + a_{100} - (a_1 + a_3 + \dots + a_{99})$.

b) Determinați n dacă a_n este cel mai mic termen scris cu 5 cifre.

Prof. Silvia și Ionel Brabeceanu, Plopeni

Problema 4

a) Determinați toate numerele de forma \overline{abc} , scrise în baza 10, știind că $5 \cdot \overline{ab2} = \overline{c60}$.

b) Să se arate că penultima cifră a numărului $x = 2^{2012} + 6^{2012}$ este impară.

Prof. Gh. Bumbăcea, Bușteni

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10.

Inspectoratul Școlar Județean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa județeană- 30 aprilie 2011

Clasa a VI a

Subiecte

1. Fie $x, y, z \in \mathbf{Z}^*$ pentru care avem

$$a = (-2^4)^7 x^3 y^5 z^6, \quad b = (-3^2)^{11} x^8 y^9 z^{11}, \quad c = (-6^2)^{10} x^{13} y^8 z^9.$$

Demonstrați că numerele întregi nenule a, b, c nu pot fi simultan negative.

Prof. Maria și Anton Negrilă, Ploiești

2. Aflați restul împărțirii numărului $a = 1^{2011} + 2^{2011} + 3^{2011} + \dots + 2011^{2011}$ la 5.

Gazeta Matematică

3. Se consideră triunghiul ABC ($AB = AC$). Fie M mijlocul laturii [BC] și Q piciorul perpendicularei din M pe AC. Fie P \in [MQ] astfel încât Q să fie mijlocul segmentului [MP]. Știind că D este piciorul înălțimii din B în triunghiul ABC, arătați că :

1. $m(\widehat{DPM}) \equiv m(\widehat{BAM})$;

2. $MD \perp AP$.

4. În triunghiul ABC, $m(\widehat{BAC}) = 100^\circ$ și $m(\widehat{ACB}) = 20^\circ$. Bisectoarea unghiului \widehat{BAC} intersectează bisectoarea unghiului \widehat{BCA} și mediatoarea laturii [BC] în I, respectiv D.

Arătați că $ID = IC$.

Prof. Gh. Bumbăcea, Bușteni

SUCCESS!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10.