

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2012
CLASA A VII- A
BAREM DE CORECTARE

Subiectul 1

a) Fie triunghiul ABC și punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, astfel încât $MN \parallel BC$ și $BC = 2MN$. Demonstrați că $[MN]$ este linie mijlocie în triunghiul ABC.

b) Fie patrulaterul convex ABCD și $\{O\} = AC \cap BD$, astfel încât $[BO] = [OD]$. Fie $P \in (AB)$ și $Q \in (AD)$ astfel încât $OP \parallel BC$ și $OQ \parallel DC$.

Demonstrați că dacă $BD = 2PQ$, atunci ABCD este paralelogram.

Prof. Diaconu Marta, Budești

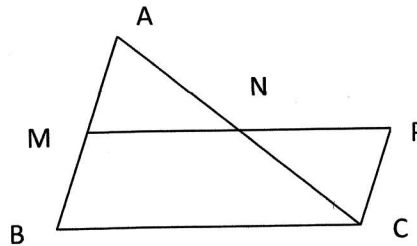
Soluție

a) Fie P simetricul lui M față de N.

.Rezultă BCMP paralelogram.....1p

$\Delta CNP \cong \Delta ANM$ (LUU)1p

$\rightarrow MB = MA$, deci $[MN]$ linie mijlocie..1p



b) Din ipoteza $OP \parallel BC$ rezulta (t. Thales in ΔABC): $\frac{AP}{PB} = \frac{AO}{OC}$

Analog pentru ΔADC , $OQ \parallel CD$ rezulta :
 $\frac{AQ}{QD} = \frac{AO}{OC}$ 1p

Din cele doua relatii $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QD}$ si avem $PQ \parallel BD$
(t.r.Thales).....1p

$BD = 2PQ$ și $PQ \parallel BD$ rezulta $[PQ] =$ linie mijlocie in ΔABD

(conform pct a.)1p

Din $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QD} = 1$, rezulta $AO = OC$. Dar $OB = OD \rightarrow$ ABCD paralelogram...1p

