

**Olimpiada de Matematică**  
Etapa pe centru - 18.02.2012  
Clasa a X-a

1. Dacă  $a_1, a_2, \dots, a_n \in [2,3]$ , demonstrați că
- $$\log_{a_1} (5a_2 - 6) + \log_{a_2} (5a_3 - 6) + \dots + \log_{a_{n-1}} (5a_n - 6) + \log_{a_n} (5a_1 - 6) \geq 2n.$$

Olimpiade și concursuri școlare 2011 clasele IX-XII , coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 17, pag 21

2. Fie numerele complexe  $z_1, z_2, \dots, z_{2012}$  , toate de modul 1 și

$$z_1 + z_2 + \dots + z_{2012} = 0. \text{ Arătați că } \sum_{k=1}^{2012} |z - z_k| \geq 2012, \forall z \in \mathbb{C}.$$

Olimpiade și concursuri școlare 2011 clasele IX-XII , coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 69, pag 25

3. Fie  $n$  un număr natural ,  $n \geq 2$ . Să se arate că  $\log_{n!} \frac{n+1}{2} > \frac{1}{n}$ .

GM 7-8-9/2011, problema 26489,

4. Să se demonstreze că funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , cu proprietatea că  $(f \circ f)(x) = x + 1$ , este bijectivă.

Problema A5/93 manual de matematica pentru clasa aX-a, autori Marius Burtea și Georgeta Burtea, Editura Carminis