

Inspectoratul Școlar al Județului Arad

**Olimpiada de Matematică**

Etapa pe centru- 18.02.2012

Clasa a XII-a

1. Se definește pe mulțimea  $A = (-3,3)$  legea  $a * b = \frac{9(a+b)}{9+ab}, \forall a, b \in A$ .

a) Precizați dacă mulțimea  $A$  înzestrată cu această lege formează grup abelian.

b) Pentru  $t \in A$  se definește funcția  $f(t) = \int_0^t \frac{dx}{9-x^2}$ . Arătați că  $f$  este un izomorfism de la  $(A, *)$  la  $(R, +)$ .

Olimpiade și concursuri școlare 2011, clasele IX-XII, coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 30, pag 50

2. Calculați  $\int_{-1}^1 \frac{1}{(3+x^2)(1+e^x)} dx$ .

Olimpiade și concursuri școlare 2011, clasele IX-XII, coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 36, pag 57

3. Fie  $n, m$  două numere prime între ele și  $G$  un grup cu proprietatea că  $\{x^n | x \in G\} = \{x^m | x \in G\}$ . Să se determine toate morfismele de la grupul  $G$  la grupul  $(Z_n, +)$ .

GM 2/2011 problema 26424, Cristina Anghel, București

4. Să se studieze primitivabilitatea funcției:

$$f: R \rightarrow R, f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos x + |x-1|e^{nx}}{1+e^{nx}}.$$

Problema A31/181 manual de matematica pentru clasa a XII-a, autori Marius Burtea și Georgeta Burtea, Editura Carminis