

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ - etapa locală  
18 februarie 2012

SUBIECTE- clasa a VIII-a

1. Aflați numerele  $a, b \in \mathbb{Q}$ , astfel încât:

$$\frac{a}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} - \frac{b}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

7 puncte

a) Arătați că, pentru orice numere reale  $x, y$  pozitive, nenule este adevărată inegalitatea:

$$\frac{2}{x+y} - \frac{1}{xy} \leq 1.$$

b) Demonstrați că, pentru orice numere reale  $a, b, c$  pozitive, nenule pentru care  $a + b + c = 1$ , este adevărată inegalitatea:

$$\frac{1+a}{b+c} + \frac{1+b}{c+a} + \frac{1+c}{a+b} \geq \frac{1}{abc}$$

7 puncte

*Gazeta Matematică nr.12 /2011*

3. Fie ABCD un pătrat de latură  $a\sqrt{5}$ . În punctul D se ridică o perpendiculară pe planul pătratului, pe care se ia punctul M, astfel încât,  $DM=2a$ . Dacă E este mijlocul laturii AB, se cere:

- Distanța de la M la laturile pătratului
- $d(M, AC)$  și  $d(D, (MAC))$
- $d(M, CE)$

7 puncte

NOTA: Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect se notează cu 0- 7 puncte  
Nu se acorda puncte din oficiu  
Timp efectiv de lucru 2 ore