CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROŞAN -TRIDENT ”
Ediţia a IX-a , Secţiunea A (M_1),
Brăila, 11 - 12. 11. 2011

CLASA a X a

1. Fie $z_1, z_2, ..., z_n \in \mathbb{C}, n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Să se arate că:

a) $|z_1|^2 + |z_2|^2 + ... + |z_n|^2 \geq \operatorname{Re}(z_1 z_2 + z_2 z_3 + ... + z_n z_1)$.

b) Dacă avem egalitate la a), atunci $z_1 + z_2 + ... + z_n \in \mathbb{R}$ şi $z_1 \cdot z_2 \cdot ... \cdot z_n \in \mathbb{R}$..

Gheorghe Alexe

2. Aflaţi $a, b, c > 1$ cu proprietăţile:

$$abc = 10^6 \text{ şi } \lg a \cdot \sqrt{\lg b \cdot \lg c} + \lg b \cdot \sqrt{\lg c \cdot \lg a} + \lg c \cdot \sqrt{\lg a \cdot \lg b} \geq 12.$$

Carmen şi Viorel Botea

3. Fie $A = \left\{ m \in \mathbb{N} \middle| m^2 + 2m + 1000001 \text{ este pătrat perfect} \right\}$ şi A_1, A_2, A_3, A_4 astfel încât $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = A$.

a) Să se determine $CardA$.

b) Să se arate că $(\exists) i \in \{1, 2, 3, 4\}$ şi $(\exists) a, b \in A_i$, cu $a \neq b$ astfel încât $10 \mid a^4 - b^4$.

Gabriel Daniilescu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.