

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN -TRIDENT ”
Ediția a IX-a , Secțiunea B (M₂),
Brăila, 11 - 12.11. 2011

CLASA a XII a

1. Fie $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$ (unde $\{x\} = x - [x]$, reprezintă partea fracționară a numărului real).

a) Să se calculeze $f(1)$.

b) Să se demonstreze că funcția f este continuă în punctul $x_0 = 1$.

c) Să se determine o primitivă a funcției f pe intervalul $(0, 2)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție:

$$x * y = 2011(xy - x - y) + 2012, (\forall) x, y \in \mathbb{R}.$$

a) Demonstrați că mulțimea $(G, *)$ este grup comutativ, unde $G = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Rezolvați ecuația $x * x * x * x = 2011^7 + 1, x \in \mathbb{R}$.

3. Programul EXCEL organizează datele sub forma unui tabel ale cărui linii sunt numerotate 1, 2, ..., 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, ... și ale cărui coloane sunt etichetate A, B, ..., Z, AA, AB, ..., ZY, ZZ, AAA, AAB, ... (sunt folosite cele 26 de litere ale alfabetului limbii engleze).

a) A câta coloană este cea etichetată AAB ?

b) Care este eticheta celei de-a 2054 - a coloane ?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.