INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2,
Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11 februarie 2012

Clasa a IX-a

1). Să se calculze suma $S=\sum_{k=1}^{n}\frac{4k}{4k^4+1}$ şi să se demonstreze rezultatul prin inducţie matematică.

2). Dacă M este punctul de intersecţie a dreptelor care unesc mijloacele laturilor opuse ale patrulaterului $ABCD$, arătaţi că pentru orice punct O din planul patrulaterului are loc:

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=4\overrightarrow{OM}.$$

3). a) Să se arate că $[x]+\left[x+\frac{1}{2}\right]=[2x]$**,** $\forall x\in\Re$

b) Să se calculeze expresia:

$\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{4}\right]+\left[\frac{n+4}{8}\right]+...+\left[\frac{n+1024}{2048}\right]$, unde $n\in\mathbf{N}$.

4). Fie a,b,c>0 astfel încât ab+bc+ca=1.

Demonstraţi că:

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\geq\sqrt{3}+\frac{ab}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{ca}{c+a}.$$

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore