Colegiul Tehnic Elie Radu-Ploiesti

Concursul de matematica „Elie Radu ” Ploiești

Clasa a IX-a

ELIE RADU (1853-1931)

Pedagog, academician și inginer român

I 1) Dacă a= $\left(\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)^{-1}:\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}+\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{2}{\sqrt{8}}$ atunci a^{2008} este egal cu

:a) -1 b) 1 c) 0 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

2) Dacă F= $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ atunci F^2-1 este egal cu : a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) -1 e) 2

3) Dacă x,y $\in R$, $x-5y+3=0$ și $-3\le x\le 2$ atunci : $\sqrt{x^2+y^2+6x+9}+\sqrt{x^2+y^2-4x-2y+5}$ este egal cu :

$a)$ $\sqrt{26}$ b) 5 c) $\sqrt{27}$ d) $\sqrt{28}$ e) 4

4) Dacă ABCDEF este un hexagon regulat de centru O atunci :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$ *este egal cu* :

a) $\vec{0}$ b) $\overrightarrow{2AO}$ c) -5 $\overrightarrow{AO}$ d) 6 $\overrightarrow{AO}$ e) 3 $\overline{AO}$

5) Dacă a= $\left|\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right|+\left|\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right|+\dots\dots\dots.+\left|\frac{2009}{2010}-\frac{2010}{2011}\right|$ atunci 2011a este egal cu: a) 1005 b)1005,5 c) $\frac{2009}{2}$ d) 1006 e) 1007,5

6) Fie triunghiurile ABC șî A’B’C’ de centre de de greutate G respectiv G’ Atunci $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$ este egal cu: a) 3 $\overrightarrow{GG'}$ b) $\vec{0}$ c) $\frac{1}{2}$ $\overrightarrow{GG'}$ d) - $\overrightarrow{GG'}$ e) 4 $\overrightarrow{GG'}$

II Pentru urmatoarele probleme se cer rezolvarile complete:

7) Se consideră expresia E $(x)=\sqrt{18+3x-8\sqrt{3x+2}}+\sqrt{11+3x-6\sqrt{3x+2}}$ pentru x $\in\left[-\frac{2}{3};\infty\right)$ Să se determine mulțimea: A= $\{x\in R/E(x)=1\}$

8) Pe latutrile (AB) și (AC) ale triunghiului ABC se consideră punctele D respectiv E astfel încît $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{3}{4}$ .Pe semidreptele (BE și (CD se consideră punctele P și Q astfel încit EP =3BE și DQ=3CD .Să se demonsreze sintetic și vectorial că punctele A,P,,Q sunt coliniare

SUCCES!

Colegiul Tehnic “Elie Radu”, Ploieşti

Concursul de matematică “Elie Radu”. Editia a-VI-a.
Ploieşti, 03.12.2011

ELIE RADU (1853-1931)
Pedagog, academician şi inginer român

Clasa a X-a

I. Pentru problemele 1-6 precizaţi varianta de răspuns corectă:

1. (10p. Numarul $\sqrt{3}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}-\sqrt{5-2\sqrt{6}},$ apartine multimii:

   a) Z \ N ; b) Q \ Z ;c) R \ Q ;d) N ; e) alt raspuns..

2. (10p) Stabiliti numarul de elemente ale multimii A=$\{x \in R| \ \frac{x}{x^2-5x+7} \in Z\}$:

   a) 0; b) 1; c) 3; d) 5 ; e) alt răspuns .

3. (10p) Lungimea medianei din A din triunghiul ABC, unde A(2,3), B(-1,1) si C(4,-2), este :

a) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$; b) 5 ; c)5$\sqrt{2}$); d) $\frac{5}{2}$; e) alt raspuns.

4. (10p.) Numarul $\log_7 \sqrt[3]{49}+\log_2 16-\sqrt[3]{27}+\log_5 \sqrt[3]{5}$, este :

a) irational ; b)natural ; c) intreg negativ ; d) 0 ; e)alt raspuns ..

5 (10p). Stiind ca $\log_{20} 50 = a$,sa se afle $\log_8 40$:

a). $\frac{a-2}{3(a-5)}$; b) $\frac{a^2+a+1}{a-2}$; c) $\frac{a-7}{(a-2)(a-5)}$; $d)$ $\frac{a-5}{3(a-2)}$; $e) alt\ raspuns.$

6(10p)Fie ecuatia : I 3x- m + 4 I +2m+x+5 = 0. Multimea valorilor lui m pentru care ecuatia are solutii reale:

a)m$\in \left(-\infty,-\frac{11}{7}\right]$; b) m$\in R$; $c) m \in (-\infty,0); d)\ m \in \left(-\infty,-\frac{11}{7}\right] \cup \left[\frac{11}{7},\infty\right)$; e) alt raspuns.

II. Pentru urmatoarele probleme se cer rezolvarile complete:

.1.(15p.)Sa se determine m$\in R$ astfel incat functiile f,g : D→ R , f(x)=$\ln[(m-1)x^2-2x+m]$ si g(x)= =$\log_3[(m+3)x^2-2(m+1)x+m]$, sa aiba domeniul de definitie D=R.

2. (15p.) Fie functia f : R → R , f(x)=$\begin{cases} 4x+3\ , daca\ x<-1 \\ 2x+1\ , daca\ -1 \le x \le 3 \\ 3x-2\ , daca\ x>3 \end{cases}$.

Aratati ca functia f este inversabila si determinati functia inversa f^{-1}.

SUCCES!

Colegiul Tehnic "Elie Radu", Ploieşti

ELIE RADU (1853-1931)
Pedagog, academician şi inginer român

Concursul de Matematică "Elie Radu"
Ploieşti, 3.12.2011
Clasa a XI-a

I. Pentru problemele 1-6 alegeţi varianta de răspuns corectă:

1. (10p) Domeniul maxim de definiţie D al funcţiei $f(x)=\dfrac{\log_{-3-x}\left(1-2^{x+1}\right)}{x+2}$ este:

a) $D=(-\infty,-3)\setminus\{-4\}$; b) $D=(-\infty,-2)$; c) $D=R\setminus\{-3;-2\}$; d) $D=(-3,\infty)\setminus\{-2\}$; e) $D=(-\infty,-3)$.

2. (10p) Fie matricea $A=\begin{pmatrix}-1 & a & a\\ a & a & -1\end{pmatrix}$, $a\in R$. Dacă A^t este transpusa lui A şi $A\cdot A^t=9I_2$, atunci:

a) $a\in\{0;2\}$; b) $a\in\{-2;0\}$; c) $a\in\{-2;0;2\}$; d) $a\in\{2\}$; e) $a\in\phi$.

3. (10p) Fie matricele $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $C=A\cdot B$ şi $D=\begin{pmatrix}1 & -n!\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $n\in N$.

Ecuaţia $C^n=D$ are:
a) nicio soluţie ; b) o soluţie ; c) două soluţii ; d) trei soluţii ; e) alt răspuns.

4. (10p) Fie matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$. Atunci matricea $(A+B)^2$ este egală cu:

a) A^2+B^2 ; b) $A^2+2AB+B^2$; c) A^2-B^2 ; d) $A+B$; e) $A^2+4I_2+B^2$.

5. (10p) Fie funcţia $f:R\setminus\{-2\}\to R$, dată de legea $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-|x+1|+3}{x+2}, x\langle -2\\ -\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}, x\rangle -2\end{cases}$.

Atunci în punctul $x_0=-2$, funcţia:

a) nu are limită ; b) are limita egală cu 0 ; c) are limita egală cu $-\infty$; d) are limita egală cu ∞; e) alt răspuns.

6. (10p) Dacă $\lim\limits_{x\to m}\left(\dfrac{x+m}{1+2x+m}\right)^{x-m+2}=1$,atunci: a) $m=-1$; b) $m=-\dfrac{1}{5}$; c) $m\in\phi$; d) $m=1$; e) $m\in\left\{-1;-\dfrac{1}{5}\right\}$.

II. La subiectele 1 şi 2 se cer rezolvările complete:

1. (18p) Fie matricele $A=\begin{pmatrix}2^x-15 & \log_{\frac{1}{4}}8 & C_y^2\\ \sqrt{1+3z}+z & \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-\sqrt[3]{\frac{1}{8}}} & \lg(t+1)-1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}2^{x-4} & a & 2A_y^1\\ 1 & b & \lg 9-\lg t\end{pmatrix}$.

Ştiind că $A=B$, determinaţi $x,y,z,t,a,b\in R$.

2. (12p) Determinaţi parametrul real a, ştiind că $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{(a-1)x^2+1}}{ax-1}=\dfrac{2}{5}$.

Notă: Se acordă 10 puncte din oficiu ; Timp de lucru 2 ore şi 30 min. SUCCES!

ELIE RADU (1853-1931)
Pedagog, academician şi inginer român

Colegiul Tehnic “Elie Radu”, Ploieşti

Concursul de matematică “Elie Radu” .Editia a-VI-a.

Ploieşti, 03.12. 2011

Clasa a XII-a

II. Pentru problemele 1-6 precizaţi varianta de răspuns corectă:

4. (10p) Pe mulţimea R se consideră legea $x * y = ax + by$ ∀x,y $\in R$, $\forall a, b \in R$. *Determinati* $S = a + b$ *daca legea de compozitie este asociativa si comutativa.*

   a) S=0 ; b) S$\in \{0,1\}$; c) S$\in \{0,2\}$; d) S$\in \{0,1,2\}$; e) alt raspuns..

5. (10p) Fie $f: R \to R,$ o functie de doua ori derivabila pe R.Stiind ca$f'(0) = f'(1) = 0, f''(x) \geq 0$ si f(1)=1, atunci produsul P=f(1)$\cdot f(\frac{1}{2}) \cdot \cdots \cdot f\left(\frac{1}{2011}\right)$ este:

   b) 2011! ; b) $\frac{1}{2011!}$; c) $\frac{1}{2012}$; d) 1 ; e) alt răspuns .

6. (10p) Se da matricea A=$\begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ x & -1 & x \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$. Pentru ce valori ale parametrului real m,matricea A este inversabila pentru orice x$\in R$?

   a) m$\in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty); b)\ m \in [\frac{1}{2}, 2]$; c)m$\in R; d)$ m$\in \emptyset;$ e) alt raspuns.

4. (10p). Se dau functiile f,g : R →(R, f(x)=sinx si g(x)=arcsin(sinx). Sa se calculeze I=$\int_0^{2\pi} \max\left(f(x), g(x)\right) dx$.

   a) I=$\frac{\pi^2}{4}; b) I = \frac{\pi^2}{4} - 2; c) I = \frac{\pi^2}{2}; d) I = 1; e) I = 0$ . .

5 (10p).Fie (G,$*$) *grup unde* $G = (-1,1)$ *si* $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$,$\forall x, y \in G$. Sa se determine a$\in R$ *astfel incat* f(x)=$\frac{ax-1}{x+1}$ *sa fie un izomorfism intre grupurile* $(R_+,\cdot)$ *si* $(G,*)$.

   a).a=0; b) a=1; c) a$\in R; d)$ a $\in \emptyset; e)$*alt raspuns.*

6(10p)Se considera functia f:R→ $R, f(x) = x + \sqrt{|1 - x^2|}$. Punctul $x_0 = 1$ este pentru functia f :

   a)punct critic;b)punct de intoarcere;c)punct unghiular;d)punct de inflexiune;e)alt raspuns.

II. Pentru urmatoarele probleme se cer rezolvarile complete:

.1.(15p.)Fie M={$\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} | \ x, y \in Z_3\}$ si G={A$\in M |\ \det(A) = \hat{1}$.}

a) Determinati numarul elementelor multimii M.b) Determinati multimea G .c) Aratati ca (G,$\cdot$) este grup,unde “$\cdot$ "este inmultirea matricelor. d) Aratati ca (G,$\cdot$) $\cong (Z_4, +)$.

2. (15p.) Demonstrati ca functia f:R→ R ,$f(x) = \max\{3^x, 2x + 1\}$ admite primitive si determinati primitivele sale.

SUCCES!