

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „MICUL ARHIMEDE”

Ediția a X-a - decembrie 2011

Clasa a VIII-a

BAREM DE CORECTARE

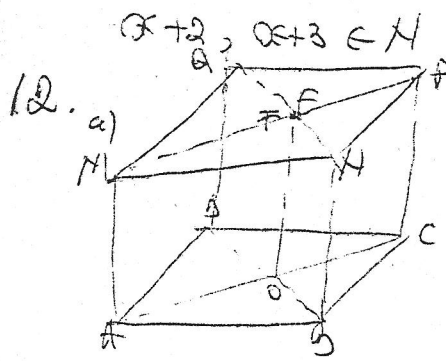
of 10p

Partea I 10 x 5p = 50p

NR. ITEM	RASPUNS CORECT
1	A
2	C
3	D
4	D
5	C
6	B
7	D
8	A
9	E
10	A

II. 11 a).  $x^4 + 2011 = x^4 + x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2 = (x^2 + y^2)(z^2 + x^2) \dots 3p$   
 $(x^4 + 2011) = (x^2 + y^2)(y^2 + z^2), (z^4 + 2011) = (y^2 + z^2)(z^2 + x^2) \dots 3p$   
 $(x^4 + 2011)(y^4 + 2011)(z^4 + 2011) = (x^2 + y^2)^2 (x^2 + z^2)^2 (y^2 + z^2)^2 \dots 3p$   
 $A = (x^2 + y^2)(x^2 + z^2)(y^2 + z^2) \in \mathbb{Q} \dots 1p$   
10p

b)  $\frac{111 \dots 1}{2011} + \frac{111 \dots 13}{2011} + 1 = (10^{2010} + 10^{2009} + \dots + 10 + 1) \cdot (10^{2010} + \dots + 10 + 3) + 1 \dots 2p$   
 Notăm  $10^{2010} + 10^{2009} + \dots + 10 = x \Rightarrow (x+1)(x+3) + 1 = \dots 2p$   
 $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \dots 1p$   
 $a = \sqrt{(x+2)^2} = x+2 \dots 1p$   
 $b = \sqrt{(x+1)(x+3) + 4} = \sqrt{(x+2)^2} = x+3 \dots 3p$   
 $x+2, x+3 \in \mathbb{N}$ , consecutive  $\dots 1p$   
10p



12. a) figura  $\dots 1$   
 Fie  $E$  mijl.  $[MP] \Rightarrow EO$  linie mijl.  $\dots 2p$   
 în trapezul  $ACPA$   $\dots 2p$   
 $EO \parallel AM$  și  $EO = \frac{AM+CP}{2}$   $\dots 2p$   
 Fie  $F$  mijl.  $QH \Rightarrow FO$  linie mijl. în  $\dots 2$   
 trapezul  $BNQA$   $\dots 2$   
 $FO \parallel NB$  și  $FO = \frac{NB+QA}{2}$   $\dots 2$   
 $FO \parallel BN \parallel AM \parallel EO \Rightarrow E, O, F$  coliniare  $\dots 1$   
 $AM+CP = BN+QA \Rightarrow EO=OF \Rightarrow E$  coliniare  $\dots 1$   
 $QH, MP$  concurente  $\Rightarrow M, N, P, Q$  coplanare  $\dots 1$

# VIII continuare

b)  $MP$  și  $NQ$  se înjumătățesc  $\Rightarrow$   $MNPA$  paralelogram --- 1P

dacă  $NP \parallel BC$ ,  $NP \subset (NPCA)$ ,  $(NPCA) \cap (ABC) = BC \Rightarrow NP \parallel BC$  --- 1P

$NP \parallel BC$ ,  $BC \perp (AMN) \Rightarrow NP \perp (AMN) \Rightarrow NP \perp MN$   
 $\Rightarrow MNPA$  dreptunghi --- 2P

Dacă  $MNPA$  dreptunghi și  $MN \perp AB$

$NP \perp MN$  ( $MNPA$  dreptunghi)

~~$AB \perp (AMN)$~~   $\Rightarrow AB \perp NP$  --- 2P

$NP \perp (AMN)$  --- 1P

$BC \perp (AMN) \Rightarrow BC \parallel NP$  --- 4P

20P