

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ „MICUL ARHIMEDE”

Ediția a X-a

10 decembrie 2011 - Clasa a VIII-a

**Partea I**

- Raportul dintre aria unui hexagon regulat cu latura 1 și a unui triunghi echilateral cu latura 3 este...?  
A)  $2/3$       B) 2      C)  $5/6$       D)  $3/4$       E) 1
- K, L, M, N și P înlocuiesc câte o cifră. Care cifră este înlocuită de M?  
 $4 \times \overline{KLMNP4} = \overline{4KLMNP}$   
A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4
- Lungimea laturii unui pătrat este 1 cm. Fiecare vârf al acestui pătrat este centrul unui cerc cu raza de 1 cm, situat în același plan. Câte puncte există în plan prin care trec cel puțin 2 cercuri?  
A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      E) 14
- Pe o masă sunt 11 cutii. Unele din acestea conțin câte 8 cutiuțe, iar unele dintre aceste cutiuțe conțin, de asemenea, câte 8 cutiuțe mai mici. Dacă sunt 102 cutii goale, câte cutii sunt în total?  
A) 102      B) 64      C) 118      D) 115      E) alt răspuns
- Într-o pădure atacată de termite, în fiecare zi suprafața infectată se dublează. Într-o săptămână toată pădurea era infectată. În câte zile a fost infectat un sfert din pădure?  
A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7
- Secționând un cub cu un plan putem obține: 1) un triunghi echilateral; 2) un trapez (nu dreptunghi); 3) un dreptunghi (nu pătrat); 4) un pentagon regulat; 5) un hexagon. Câte afirmații sunt false?  
A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4
- Dacă 85% din populație vorbește engleză și 75% franceză, ce procent din populație vorbește ambele limbi?  
A) 50%      B) 57%      C) 25%      D) 60%      E) 40%
- Într-o populație de șoricei, 25% sunt albi și 75% sunt negri. Dintre cei albi, 50% au ochii albaștri, iar din cei negri, 20% au ochii albaștri. Dacă știm că 99 șoricei au ochii albaștri, câți șoricei sunt în total?  
A) 360      B) 340      C) 240      D) alt răspuns      E) problema nu are soluție
- Peste 5 ani, Corina va fi de 3 ori mai mare decât acum 3 ani. Câți ani are acum?  
A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7
- Am un săculeț cu 6 bile roșii și 5 bile verzi. Câte bile trebuie să extrag fără să mă uit, pentru a fi sigur că rămân în săculeț cu cel puțin o bilă de fiecare culoare?  
A) 4      B) 5      C) 6      D) 8      E) 9

**Partea a II-a**

11. a) Dacă  $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = 2011$  unde  $x, y$  și  $z$  sunt numere raționale. Arătați că  $A = \sqrt{(2011 + x^4)(2011 + y^4)(2011 + z^4)}$  este număr rațional. (G.M. 3/2010, E 14151)

b) Arătați că numerele  $a = \sqrt{\frac{111 \dots 111 \cdot 111 \dots 113 + 1}{2011 \text{ cifre} \quad 2011 \text{ cifre}}}$  și

$b = \sqrt{\frac{111 \dots 111 \cdot 111 \dots 115 + 4}{2011 \text{ cifre} \quad 2011 \text{ cifre}}}$  sunt numere naturale consecutive.

(G.M. supliment 6/2011, S E 11214)

- Fie ABCD un dreptunghi. Pe planul acestuia de aceeași parte ducem perpendicularele AM, BN, CP și DQ astfel încât punctele M, N, P, Q să verifice relația  $AM + CP = BN + DQ$ 
  - Arătați că M, N, P, Q sunt coplanare.
  - Demonstrați că MNPQ este dreptunghi dacă și numai dacă una din laturile sale este paralelă cu planul (ABC).

(G.M. 1/2011, E 14124, enunț modificat)

**Notă:** Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectele din partea I se vor scrie numai literele majuscule corespunzătoare răspunsului corect, iar la partea a II-a se scriu rezolvările complete

**SUCCES!**