



OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ  
18.02.2012  
BAREM DE CORECTARE

CLASA A V-A

1. Scrie relația dată sub forma:

$$\overline{abc} \cdot 1000 + 145 + 30002 + \overline{abc} \cdot 10 = 1000 + \overline{abc} + 153254 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Deduce că } 1009 \cdot \overline{abc} = 124107 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Determină } \overline{abc} = 123 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Arată că } 123 \text{ nu e pătrat perfect} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Determină } a=1, b=2, c=3 \text{ și calculează } a^3 + b^3 + c^3 = 36 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Arată că } 36 \text{ e pătrat perfect} \dots\dots\dots 1p$$

2.  $a=3b+5,$

$$b=5c+3 \quad / \cdot 3 \Rightarrow 3b=15c+9$$

$$\left. \begin{array}{l} a=3b+5, \\ b=5c+3 \end{array} \right\} \Rightarrow a=15c+14 \dots\dots\dots 3p$$

$$a+b+c=101 \Rightarrow 15c+14+5c+3+c=101 \dots\dots\dots 1p$$

$$c=4, b=23, a=74 \dots\dots\dots 2p$$

$$(a+b-24c)^{101} = 1 \dots\dots\dots 1p$$

3.  $a = 2012 \cdot (2^{2012} - 1) \dots\dots\dots 1p$

$$u(2^{2012} - 1) = 5 \Rightarrow u(a) = 0 \text{ restul este } 0 \dots\dots\dots 1p$$

Notăm:

$$b = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2011} = (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7) + \dots + (2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010} + 2^{2011}) =$$

$$= 15(1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2008}) \dots\dots\dots 2p$$

$$u(2^{4n}) = 6, n \geq 1 \Rightarrow u(1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2008}) = u(1 + 502 \cdot 6) = 3 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizare} \dots\dots\dots 1p$$

4.  $A = \{1, 2, 4, 8\} \dots\dots\dots 1p$

$$2^1 + 2^0 = 3 \notin B \dots\dots\dots 1p$$

$$2^2 + 2^1 = 6 \notin B \dots\dots\dots 1p$$

$$2^4 + 2^3 = 24 \in B \dots\dots\dots 1p$$

$$2^8 + 2^7 = 384 \in B \dots\dots\dots 1p$$

$$C = \{24, 384\} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare} \dots\dots\dots 1p$$

NOTĂ: Orice altă soluție se punctează corespunzător.



OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ  
18.02.2012  
BAREM DE CORECTARE

CLASA A VI-A

1. Notăm  $k$  = numărul bomboanelor primite de un elev.

Vom avea  $10n - 5 = (3n + 1) \cdot k$  .....2p

$$n \cdot (10 - 3k) = k + 5$$
 .....2p

Din  $10 - 3k \geq 0 \Rightarrow k \leq 3 \Rightarrow k \in \{1, 2, 3\}$  .....1p

Finalizare .....2p

2. a) Arată egalitatea.....2p

b) Calculează sumele de la numitor .....2p

Deducem  $2 \left( \frac{1}{60 \cdot 61} + \frac{1}{61 \cdot 62} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2013} \right)$  .....1p

$$2 \left( \frac{1}{60} - \frac{1}{2013} \right)$$
 .....1p

Finalizare .....1p

3. a)  $m(\angle AOx) = m(\angle AOC) + \frac{m(\angle BOC)}{2}$  .....1p

$$m(\angle AOx) = \frac{2m(\angle AOC) + m(\angle AOB) - m(\angle AOC)}{2} = \frac{m(\angle AOC) + m(\angle AOB)}{2}$$
 .....1p

Finalizare .....1p

b)  $m(\angle AOC) = 4 \cdot m(\angle BOC)$  .....1p

$$m(\angle BOC) = 20^{\circ}, m(\angle AOC) = 80^{\circ}$$
 .....2p

$$m(\angle xOy) = 50^{\circ}$$
 .....1p

4. Figura corectă .....1p

$$\triangle ACD \equiv \triangle BCD \Rightarrow [AD] \equiv [BD] \text{ și } \angle ADO \equiv \angle BDO$$
 .....2p

Arată  $\triangle AOD \equiv \triangle BOD$  .....2p

Finalizare .....2p.

NOTĂ: Orice altă soluție se punctează corespunzător.



OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ  
18.02.2012  
BAREM DE CORECTARE

CLASA A VII-A

1.  $1 \in M \Rightarrow 2 \cdot 1 + 3 = 5 \in M$  .....1p  
 $5 \in M \Rightarrow 2 \cdot 5 + 3 = 13 \in M$  .....1p  
 $13 \in M \Rightarrow 2 \cdot 13 + 3 = 29 \in M$  .....1p  
 $13 \in M \Rightarrow 4x + 5 = 13 \Rightarrow x = 2 \in M$  .....2p  
 $2 \in M \Rightarrow 2 \cdot 2 + 3 = 7 \in M$  .....1p  
 $\Rightarrow \{2, 5, 7, 13, 29\} \subset M$  .....1p
2. Scrie  $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$  .....2p
- Calculeaza  $a = \frac{n}{n+1}$  .....1p
- $n < n+1 \Rightarrow 0 < a < 1 \Rightarrow [a] = 0$  ..... 1p
- Calculeaza  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  .....1p
- Obține  $x = \frac{n}{\sqrt{2}}$  .....1p
- Finalizare .....1p
3. ABCM paralelogram.....1p  
 $A_{ABCM} = 4 \cdot A_{PMC}$  .....2p  
 $[AM]$  mediană în  $\triangle ADC$ , de unde  $A_{ADM} = A_{AMC}$  .....1p  
 $A_{ADM} = 2 \cdot A_{PMC}$  .....1p  
 $A_{ABCD} = A_{ABCM} + A_{ADM} = 6 \cdot A_{PMC}$  ..... 1p
- Finalizare,  $A_{PMC} = 6cm^2$  .....1p
- 4.a) Arată ca  $\triangle BDE$  este echilateral și deduce  $[BE] \equiv [BD] \equiv [DE]$  .....3p
- b) Aplică TFA  $\Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{BC}$  .....2p
- Scrie  $BD \cdot \left( \frac{1}{AB} + \frac{1}{BC} \right) = \frac{BD}{AB} + \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{AB} + \frac{BE}{BC} = \frac{CE}{BC} + \frac{BE}{BC} = 1$  .....2p

NOTĂ: Orice altă soluție se punctează corespunzător.



OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ  
18.02.2012  
BAREM DE CORECTARE

CLASA A VIII-A

1. Grupează  $a^2 - a + b^2 - 3b + c^2 - 5c = -8,5$  .....1p  
 Obține  $\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(c - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  .....2p  
 Deduce că  $a \in [0;1], b \in [1;2], c \in [2;3]$  .....3p  
 Finalizare  $c > b > a$  .....1p
2.  $(a, b) \cap \mathbb{N} = \emptyset \Leftrightarrow b = a + 1$  .....2p  
 i)  $(a + b - 1)^2 + 5ab + a = 9a^2 + 6a$  .....1p  
 $(3a)^2 < 9a^2 + 6a < (3a + 1)^2$ , finalizare .....1p  
 ii)  $2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{2(2a+1)}{a(a+1)} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{2(2a+1)}{a(a+1)} \geq 1$  .....1p  
 Deducem că  $a \in \{1, 2, 3\}$  .....1p  
 Verificare condiție, de unde  $a=1, b=2$  .....1p
3. Duce  $DE \perp CV$  și arată că  $m\left[\widehat{(VBC)}, \widehat{(VDC)}\right] = m\left(\widehat{BED}\right) = 120^\circ$  .....2p  
 Notează  $AB=a$  și obține  $OE = \frac{a\sqrt{6}}{6}$  (O fiind centrul bazei) .....1p  
 Calculează  $EC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, CV = \frac{a\sqrt{3}}{2}, VO = \frac{a}{2}$  .....2p  
 Arată că  $m\left[\widehat{(VBC)}, \widehat{(ABC)}\right] = m\left(\widehat{VPO}\right)$ , unde P este mijlocul muchiei  $[BC]$  .....1p  
 Justifică faptul că unghiul are măsura de  $45^\circ$  .....1p
4. a) Suma e minimă când punctele  $A, P, C'$  sunt coliniare, pe desfășurarea suprafeței laterale a cubului .....1p  
 PD este linie mijlocie în  $\triangle ACC'$  (pe desfășurare) .....1p  
 Punctul P este mijlocul muchiei  $[DD']$  .....1p  
 b)  $PO \perp AC$  .....1p.  
 $PO \perp OB'$  ..... 2p  
 Finalizare .....1p

NOTĂ: Orice altă soluție se punctează corespunzător.