INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ
18.02.2012

CLASA A V-A

1. Ştiind că $\overline{abc145}+\overline{3abc2}=\overline{1abc}+153254$ arătați că:

   a) Numărul $\overline{abc}$ nu este pătrat perfect.

   b) Numărul $a^3+b^3+c^3$ este pătrat perfect.

Prof.Drăghici Mariana

2. Suma a trei numere naturale a, b, c este 101. Împărțind numărul a la numărul b obținem câtul 3 şi restul 5, iar împărțind numărul b la numărul c obținem câtul 5 şi restul 3. Calculați $(a+b-24c)^{a+b+c}$.

Prof. Chiş Vasile

3.Considerăm numărul natural $a=2012\cdot\left(1+2+2^2+2^3+...+2^{2011}\right)$.

a) Determinați restul împărțirii numărului a la 10.

b) Demonstrați că numărul a nu este divizibil cu 100.

Prof.Buzescu Antoanela

4. Considerăm mulțimile: A={ $x \mid x\in\mathbb{N}$ şi $x/8$ };

B={ $y \mid y\in\mathbb{N}$ şi $y\,\vdots\,8$ };

C={ $z \mid z=2^x+2^{x-1}$ şi $z\in B$ şi $x\in A$ }.

Demonstrați că suma elementelor mulțimii C este divizibilă cu 17.

Prof.Avrămescu Irina

Notă :

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
3. Nu se acordă puncte din oficiu
4. Timpul de lucru este 3 ore .

OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ
18.02.2012

CLASA A VI-A

1. Moş Crăciun împarte, în mod egal, 10n-5 bomboane celor 3n+1 elevi ai unei clase $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$,fară a mai rămâne cu bomboane în sac. Calculați câte bomboane a primit fiecare elev.

G.M. nr. 12/2011, enunț modificat Prof.Pârvu Camelia

2. a) Arătați că: $\dfrac{k}{n \cdot (n+k)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+k}, \forall n, k \in \mathbb{N}^*$

b) Calculați: $\dfrac{1}{1+2+3+\ldots+60} + \dfrac{1}{1+2+3+\ldots+61} + \ldots + \dfrac{1}{1+2+3+\ldots+2012}$

Prof.Avrămescu Irina

3. Fie unghiul $\measuredangle AOB$, $m(\measuredangle AOB) > 90^0$ şi $(OC$ o semidreaptă situată în interiorul unghiului astfel încât $m(\measuredangle AOB) + m(\measuredangle AOC) = 180^0$.

a) Arătați că bisectoarea $(Ox$ a unghiului $\measuredangle BOC$ şi semidreapta $(OA$ formează un unghi drept.

b) Dacă $m(\measuredangle AOB) = 5 \cdot m(\measuredangle BOC)$, determinați măsura unghiului $\measuredangle xOy$, unde $(Oy$ este bisectoarea unghiului $\measuredangle AOC$.

Prof.Moțco Monica

4. Fie un unghi propriu $\measuredangle xOy$ şi $[Oz$ o semidreaptă situată în interiorul lui. Considerăm punctele $A \in (Ox$, $B \in (Oy$, $C \in (Oz$ şi $D \in (Oz$, $C \neq D$. Dacă $\Delta ACD \equiv \Delta BCD$, arătați că semidreapta $[Oz$ este bisectoarea unghiului $\measuredangle xOy$.

Prof.Chiş Vasile

Notă :

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
3. Nu se acordă puncte din oficiu
4. Timpul de lucru este 3 ore .

OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ
18.02.2012

CLASA A VII-A

1. Se consideră o mulțime M de numere reale care verifică proprietățile:

a) $1 \in M$;

b) Dacă $x \in M$, atunci $(2x+3) \in M$;

c) Dacă $(4x+5) \in M$, atunci $x \in M$.

Arătați că mulțimea M conține cel puțin cinci numere prime.

Prof.Lucian Dragomir

2. Fie $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ şi $x = \sqrt{a(1+2+3+...+n)}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$

Demonstrați că:

a) $[a] = 0$, unde prin $[a]$ înțelegem partea întreagă a numărului a.

b) $x \notin \mathbb{Q}$.

Prof.Avramemescu Irina

3. Fie trapezul ABCD cu $AB \parallel CD$ şi $CD = 2AB$ .Considerăm M mijlocul segmentului (CD) şi $\{P\} = AC \cap BM$.Ştiind că aria trapezului ABCD este egală cu $36cm^2$, calculați aria $\triangle PMC$

Prof.Buzescu Antoanele

4. În triunghiul ABC, cu $m(\measuredangle B) = 120^0$, considerăm $[BD$ bisectoarea unghiului $\measuredangle ABC$, $D \in (AC)$. Fie $DE \parallel AB, E \in (BC)$. Arătați că :

a)Triunghiul $\triangle BDE$ este echilateral

b) $BD\left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{BC}\right) = 1$.

Prof.Chiş Vasile

Notă :

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
3. Nu se acordă puncte din oficiu
4. Timpul de lucru este 3 ore .

OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ
18.02.2012

CLASA A VIII-A

1. Ordonați descrescător numerele reale a, b, c ştiind că:

$$a^2+b^2+c^2=a+3b+5c-8,5 .$$

G.M.nr.12/2011 ,Prof.Marius Şandru

2. Fie a şi b , a<b, două numere naturale nenule astfel încât $(a,b)\cap\mathbb{N}=\varnothing$.
   a) Demonstrați că $\sqrt{(a+b-1)^2+5ab+a}\notin\mathbb{Q}$.
   b) Determinați numerele a şi b ştiind că $2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\in\mathbb{N}$.

Prof.Buzescu Antoanela

3. Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată, având baza ABCD, cu măsura unghiului diedru corespunzător a două fețe laterale alăturate de 120^0. Demonstrați că măsura unghiului dintre o față laterală şi planul bazei este de 45^0.

Prof.Avrămescu Irina

4. În cubul $ABCDA'B'C'D'$ considerăm punctul $P\in(DD')$ astfel încât suma $AP+PC'$ să fie minimă.
   a) Stabiliți poziția punctului P pe segmentul $[DD']$.
   b) Arătați că planele (ACP) şi $(AB'C)$ sunt perpendiculare.

Prof.Chiş Vasile

Notă :
1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Pentru fiecare subiect se acordă 7 puncte
3. Nu se acordă puncte din oficiu
4. Timpul de lucru este 3 ore .