BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA a VI-a

1. Se dau numerele:

$$A=1^2+2^2+3^2+...+2002^2 \text{ şi } B=1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+...+2001\cdot 2003.$$

Calculaţi $A-B$.

Revista Sinus Nr. 2-3 (17-18)/2010

Barem:

Numărul A are 2002 termeni, iar numărul B are 2001 termeni.	1p
$A-B=1^2+\left(2^2-1\cdot 3\right)+\left(3^2-2\cdot 4\right)+...+\left(2002^2-2001\cdot 2003\right)$	1p
$A-B=1^2+\left[2^2-1\cdot(2+1)\right]+\left[3^2-2\cdot(3+1)\right]+...+\left[2002^2-2001\cdot(2002+1)\right]$	1p
$A-B=1^2+\left(2^2-1\cdot 2-1\right)+\left(3^2-2\cdot 3-2\right)+...+\left(2002^2-2001\cdot 2002-2001\right)$	1p
$A-B=1^2+\left[2(2-1)-1\right]+\left[3(3-2)-2\right]+...+\left[2002(2002-2001)-2001\right]$	1p
$A-B=1^2+(2\cdot 1-1)+(3\cdot 1-2)+...+(2002\cdot 1-2001)=1+1+1+...+1$ (sunt 2002 termeni)	1p
$A-B=2002$	1p

2. a) Demonstraţi că numerele 12 şi $12k+7, k\in\mathbb{N}$ sunt prime între ele.

b) Fie n un număr natural prim cu 12. Să se arate că cel puţin unul dintre numerele $2n+2, 3n+3, 4n+4, 5n+7$ este divizibil cu 12.

Revista Sinus Nr.1 (13)/2009

Barem:

a) Deoarece $12k+7$ nu este divizibil cu 2, $12k+7$ nu este divizibil cu 3, iar $12=2^2\cdot 3 \Rightarrow (12k+7,12)=1$	2p
b) Deoarece $(n,12)=1\Rightarrow n$ are una din formele $12k+1, 12k+5, 12k+7, 12k+11$	1p
Dacă $n=12k+1\Rightarrow 5n+7=5(12k+1)+7=60k+12=12(5k+1)\vdots 12$	1p
Dacă $n=12k+5\Rightarrow 4n+4=4(12k+5)+4=48k+24=12(4k+2)\vdots 12$	1p
Dacă $n=12k+7\Rightarrow 3n+3=3(12k+7)+3=36k+24=12(3k+2)\vdots 12$	1p
Dacă $n=12k+11\Rightarrow 2n+2=2(12k+11)+2=24k+24=12(2k+2)\vdots 12$	1p

3. Fie $\sphericalangle AOB$ un unghi ascuţit, $\sphericalangle BOC$ adiacentul său complementar şi $\sphericalangle AOD$ adiacentul său suplementar. Semidreptele $(OM$ şi $(ON$ sunt respectiv bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOC$ şi $\sphericalangle AOD$.

a) Să se arate că $m(\sphericalangle MON)$ este constantă;

b) Să se determine $m(\sphericalangle AOB)$ ştiind că $m(\sphericalangle COD)$ şi $m(\sphericalangle AOD)$ sunt exprimate prin numere naturale pare consecutive şi $m(\sphericalangle COD) > m(\sphericalangle AOD)$.

prof. Stela Boghian

Barem:

Figura	1p
a) Fie $m(\sphericalangle AOB)=x$. Atunci $m(\sphericalangle MON)=m(\sphericalangle MOB)+m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle AON)$	1p
$m(\sphericalangle MON)=\dfrac{90^0-x}{2}+x+\dfrac{180^0-x}{2}=135^0$	2p
b) $m(\sphericalangle COD)=180^0-m(\sphericalangle BOC)=90^0+x$	1p
$m(\sphericalangle AOD)=180^0-x$	1p
$m(\sphericalangle COD)=m(\sphericalangle AOD)+2^0 \Rightarrow 90^0+x=180^0-x+2^0 \Rightarrow x=46^0$; $m(\sphericalangle AOB)=46^0$	1p

Orice altă rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.