OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

18 Februarie 2012

Clasa a VII-a

1. Arătați că numărul $A = 2(1+2+...+100)\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{100\cdot 101}\right)$ este pătrat perfect. **(7 p)**
2. Câte triplete de cifre (x, y, z) astfel încât $\sqrt{\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}}\in\mathbf{Q}$ există? **(7 p)**
3. Fie D un punct situat în interiorul triunghiului echilateral ABC astfel încât triunghiul BDC este un triunghi isoscel cu $m(\angle BDC)=80^0$, iar în interiorul triunghiului BDC se consideră un punct P astfel încât $m(\angle PBC)=10^0$ şi $m(\angle PCB)=30^0$. **(7 p)**

   a) Demonstrați că patrulaterul $ACPD$ este un trapez isoscel.

   b) Dacă $AP\cap CD=\{O\}$, arătați că $BO\perp AC$.

4. Să se determine unghiurile triunghiului ABC, în care $AC=2BC$ şi $m(\angle C)=2m(\angle A)$. **(7 p)**

Timp de lucru: 3 ore