Inspectoratul Şcolar al Județului Arad

Olimpiada de Matematică

Etapa pe centru - 18 .02.2012

Clasa a VII-a

1. În paralelogramul ABCD, E şi F aparțin diagonalei [AC] astfel încât AE = EF=FC.

a) Demonstrați că BEDF este paralelogram.

b) Fie $\{O\}=AC\cap BD$. Demonstrați că O este mijlocul segmentului EF.

c) Demonstrați că E este centrul de greutate al triunghiului ABD şi F este centrul de greutate al triunghiului BCD.

manual pag 116 ex 10

2. a) Arătați că : $\frac{2^{n-1}}{(2^n+1)(2^{n+1}+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^n+1}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)$.

b) Determinați numărul natural nenul n astfel încât :

$$\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 9}+\frac{4}{9\cdot 17}+\ldots+\frac{2^{n-1}}{(2^n+1)(2^{n+1}+1)}=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}.$$

GM 4/2011 pag 194 E 14072, Ion Neata, Slatina

3. Se dă patrulaterul convex ABCD şi punctele M $\in$ [AB] , N $\in$ [BC] , P $\in$[CD] , Q $\in$ [AD] astfel încât 2AM = AB , 3BN = BC , 2PC = DC , 3AQ = AD. Dacă T este mijlocul lui NQ , să se arate că punctele M , T , P sunt coliniare .

Olimpiade si concursuri scolare 2011, clasele VII-VIII coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, locala Mehedinți ex 4

4.a) Demonstrați că $\frac{d}{k(k+d)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+d}$.

b) Arătați că :

$$1-\frac{2}{1\cdot(1+2)}-\frac{3}{(1+2)(1+2+3)}-\frac{4}{(1+2+3)(1+2+3+4)}-\ldots-\frac{100}{(1+2+3+\ldots+99)(1+2+3+\ldots+100)}\prec 0{,}0002$$

Olimpiade si concursuri scolare 2011, clasele VII-VIII coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, locala Tulcea ex 3