OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

18 Februarie 2012

Clasa a VIII-a

1. Fie $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât $a = b - 1$ şi $b \in [1,3]$. Să se arate că: **(7 p)**

   $\sqrt{a^2 + b^2 - 2b + 1} + \sqrt{a^2 + b^2 - 6b - 4a + 13} = 2\sqrt{2}$

2. Să se arate că $x^4 + y^4 \geq x^3 \cdot y + y^3 \cdot x$, oricare ar fi numerele reale *x, y*. **(7 p)**

3. Fie *M* un punct exterior planului patrulaterului convex *ABCD*. Dacă G_1 şi G_2 sunt respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor *ABC* şi *BCD* iar $d = (MAD) \cap (MG_1G_2)$, să se arate că: **(7 p)**

   a) $G_1G_2 \parallel AD$;

   b) $d \parallel (ABC)$.

4. Se consideră punctele necoplanare *A, B, C, D*. Fie $E \in CD$ astfel încât suma $AE + EB$ să fie minimă şi *F* intersecția bisectoarei unghiului *AEB* cu dreapta *AB*. Arătați că $EF \perp CD$. **(7 p)**

Timp de lucru: 3 ore